LEHRBRIEFE FÜR DAS HOCHSCHULFERNSTUDIUM
HERAUSGEGEBEN
VON DER ZENTRALSTELLE FÜR DAS HOCHSCHULFERNSTUDIUM
DES MINISTERIUMS FÜR HOCH- UND FACHSCHULWESEN

Physik

14. LEHRBRIEF

Elektrische und magnetische Eigenschaften der Stoffe

02 1004 14.1

Physik

14. Lehrbrief

Elektrische und magnetische Eigenschaften der Stoffe

Verfaßt von
Dr. rer. nat. Hans-Ulrich T s c h i r n e r
Wissenschaftlicher Oberassistent
an der Technischen Hochschule Karl-Marx-Stadt

02 1004 14 1

Redaktionelle Bearbeitung der Lehrbriefreihe im Auftrag
der Zentralstelle für das Hochschulfernstudium
des Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen

Dr. rer. nat. Wolfgang S c h o l z

Druck und buchbinderische Verarbeitung:
Zentralstelle für Lehr- und Organisationsmittel des
Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen, Zwickau
Ag 628/8/88/DDR/1000 - ZLO 603/88

2. Ausgabe 5. Auflage

Bestell-Nr. 02 1004 14 1

Verfaßt für die Zentralstelle für das Hochschulfernstudium des Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen Dresden.

Herausgegeben im Auftrag des Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen der Deutschen Demokratischen Republik von der Zentralstelle für das Hochschulfernstudium Dresden.

14. Elektrische und magnetische Eigenschaften der Stoffe

14.1. Materie im magnetischen Feld

14.1.1. [15] Phänomenologische Übersicht

Die magnetischen Eigenschaften der Materie haben ihre Ursache im magnetischen Verhalten ihrer Einzelbausteine oder deren kollektiven Wechselwirkungen. Deshalb soll zunächst das magnetische Verhalten der Atome und Elektronen betrachtet werden. Im folgenden werden Vorstellungen der klassischen Physik benutzt, um zu zeigen, worauf der Magnetismus von Elektronen und Atomen beruht. Diese Überlegungen können ein grundlegendes Verständnis für die Natur der magnetischen Erscheinungen wecken. Sie können jedoch nicht als Basis für Berechnungen magnetischer Effekte dienen, denn eine vollständige und exakte Behandlung des Magnetismus ist nur mit den Methoden und Erkenntnissen der Quantenmechanik möglich. Das würde aber den Rahmen dieser Lehrbriefreihe überschreiten.

Bei Anwesenheit von Substanzen in einem Magnetfeld werden die magnetischen Erscheinungen durch zwei Feldgrößen beschrieben, die magnetische Feldstärke $\vec{H}$ und die magnetische Induktion $\vec{B}$. Beide sind durch die relative Permeabilität μ_r verknüpft (vgl. Abschnitt 8.7.1.):

$$\vec{B} = \mu_r \mu_o \vec{H} \qquad (1/1)$$

$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am ist die magnetische Feldkonstante oder Induktionskonstante.

Der Magnetismus des Festkörpers resultiert aus atomaren magnetischen Dipolen, die bereits in der Materie vorhanden sind oder bei Anlegen eines Magnetfeldes entstehen. Das gesamte magnetische Dipolmoment pro Volumen wird durch die magnetische Polarisation $\vec{J}$ beschrieben. Zwischen magnetischer Polarisation und Induktion besteht der Zusammenhang

$$\vec{B} = \mu_o \vec{H} + \vec{J} \qquad (1/2)$$

Die Feldstärke $\vec{H}$ und die magnetische Polarisation $\vec{J}$ sind über die dimensionslose Suszeptibilität χ_m miteinander verknüpft. Diese nimmt im Vakuum den Wert Null an, ist sonst jedoch von Null verschieden:

$$\vec{J} = \chi_m \mu_o \vec{H} \; . \qquad (2/1)$$

Zwischen der magnetischen Suszeptibilität und der relativen Permeabilität besteht nach den Gln. (1/1), (1/2) und (2/1) die Beziehung

$$\chi_m = \mu_r - 1 \; . \qquad (2/2)$$

Die Stoffe lassen sich nach ihrer magnetischen Suszeptibilität zunächst in zwei Gruppen einteilen:
Paramagnetische Stoffe haben positive Suszeptibilitäten in der Größenordnung $\chi_m = 10^{-3} \ldots 10^{-6}$;
diamagnetische Stoffe haben negative Suszeptibilitäten in der Größenordnung $\chi_m = -10^{-3} \ldots -10^{-6}$.

Aus Gl. (2/1) geht hervor, daß die magnetische Polarisation $\vec{J}$ bei paramagnetischen Stoffen parallel zur Feldstärke $\vec{H}$, bei diamagnetischen Stoffen antiparallel zur Feldstärke orientiert ist. In einem inhomogenen Magnetfeld wirkt deshalb auf einen paramagnetischen Probekörper eine Kraft, die ihn in Bereiche höherer Feldstärke zieht. Dagegen werden diamagnetische Körper in Bereiche kleinerer Feldstärke abgedrängt. Diese vom Magnetfeld ausgeübten Kräfte sind der Suszeptibilität proportional und können deshalb zur Messung dieser Größe herangezogen werden.

Die Suszeptibilität para- und diamagnetischer Stoffe ist unabhängig von der magnetischen Feldstärke (von Besonderheiten in extrem starken Feldern wird hier abgesehen). Die Suszeptibilität diamagnetischer Stoffe ist unabhängig von der Temperatur. Bei paramagnetischen Stoffen gilt dagegen das CURIEsche Gesetz $\chi_m \sim \frac{1}{T}$.

Para- und Diamagnetismus sind nicht nur bei Festkörpern, sondern auch bei Flüssigkeiten und Gasen zu beobachten. Der Ferromagnetismus tritt dagegen nur bei Festkörpern mit bestimmter Zusammensetzung und Kristallstruktur auf. Die magnetische Suszeptibilität ferromagnetischer Körper ist positiv und liegt in der Größenordnung $\chi_m = 10^2 \ldots 10^5$. Sie hängt wesentlich von der Vorbehandlung des Materials und der magnetischen Feldstärke ab. Der Zusammenhang zwischen $\vec{J}$ und $\vec{H}$ ist dabei weder linear noch eindeutig. $\vec{J}$ und $\vec{H}$ müssen nicht parallel oder antiparallel sein. Der Ferromagnetismus geht beim Überschreiten einer vom Stoff abhängigen Temperatur, des CURIE-Punktes, in Paramagnetismus über.

Auf die mit dem Ferromagnetismus verwandten Erscheinungen des Antiferromagnetismus und des Ferrimagnetismus wird in den folgenden Abschnitten eingegangen.

Tafel 3/1 gibt einige Beispiele für Suszeptibilitäten.

Tafel 3/1

		χ_m	
Diamagnetische Stoffe	Cu	$-0{,}07 \cdot 10^{-4}$	
	Bi	$-1{,}8 \cdot 10^{-4}$	T = 273 K
	H_2O	$-0{,}09 \cdot 10^{-4}$	
Paramagnetische Stoffe	Pt	$2{,}5 \cdot 10^{-4}$	
	K	$0{,}06 \cdot 10^{-4}$	T = 273 K
	Al	$0{,}21 \cdot 10^{-4}$	
Ferromagnetische Stoffe	Ni		Wert der Anfangssuszeptibilität; abhängig von Reinheit und Temperaturbehandlung
	Fe	100 ... 500	

Weiter F 3/1

F 3/1 Ein kleines Wismutstück ($V \approx 1\ mm^3$) schwebt frei im oberen inhomogenen Randgebiet eines Magnetfeldes, welches durch einen waagerecht stehenden Magneten erzeugt wird ($B \approx 2\ Vs \cdot m^{-2}$). Erklären Sie diese Erscheinung!

5

A 3/1 Wismut gehört zu den diamagnetischen Stoffen (Tafel 3/1). Im inhomogenen Magnetfeld erfährt der Wismutkörper daher eine Kraft, die ihn aus dem Gebiet hoher Feldstärke hinausdrängt. Die magnetische Kraft und die Schwerkraft kompensieren sich.

Weiter F 5/1

14.1.2. Magnetische Dipolmomente von Elektronen, Nukleonen und Atomen [20]

Ein Elektron, das eine gleichförmige Kreisbewegung mit der Umlaufszeit T ausführt, stellt einen elektrischen Kreisstrom dar mit der Stromstärke

$$I = \frac{e}{T} . \qquad (4/1)$$

Ein solcher Strom erzeugt ein magnetisches Moment mit dem Betrag

$$m_l = \mu_0 I A . \qquad (4/2)$$

$A = r^2 \pi$ ist die Fläche des Kreises, auf dem das Elektron umläuft (s. Lehrbrief 8, A 21/2). Das magnetische Moment ist eine Vektorgröße. Es steht senkrecht auf der Bahnebene des Elektrons; wenn man den Kreis im Sinne des Stromes umfährt und dabei in Richtung von $\vec{m}_l$ fortschreitet, durchläuft man eine Rechtsschraube.

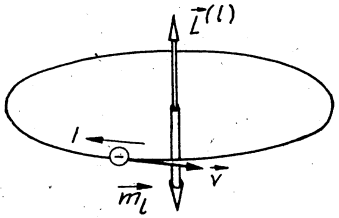


Bild 4/1

Der Bahndrehimpuls des umlaufenden Elektrons hat den Betrag

$$L^{(l)} = r\, m\, v . \qquad (4/3)$$

Der Quotient der Beträge von magnetischem Moment und Bahndrehimpuls ist für alle Kreise gleich

$$\frac{m_l}{L^{(l)}} = \frac{\mu_0\, e}{2m} , \qquad (4/4)$$

wie aus den Gln. (4/2) und (4/3) mit $v\, T = 2\pi r$ folgt.

Da $\vec{m}_l$ und $\vec{L}^{(l)}$ entgegengesetzt orientiert sind, gilt die als magnetomechanischer Parallelismus bezeichnete Beziehung

$$\vec{m}_l = -\mu_0 \frac{e}{2m} \vec{L}^{(l)} . \qquad (4/5)$$

Diese Beziehung gilt insbesondere auch für den Bahndrehimpuls der Elektronen eines Atoms und das damit verknüpfte magnetische Moment. Sie wird auch durch das wellenmechanische Atommodell bestätigt.

Außer dem magnetischen Bahnmoment besitzen die Elektronen ein mit dem Spin $\vec{L}^{(s)}$ verknüpftes magnetisches Eigenmoment:

$$\vec{m}_s = -2\mu_0 \frac{e}{2m} \vec{L}^{(s)} . \qquad (4/6)$$

Auch die Nukleonen besitzen magnetische Momente. Deren Beträge sind aber so klein, daß man ihren Einfluß im allgemeinen vernachlässigen kann. Die magnetischen Eigenschaften der Stoffe rühren deshalb praktisch allein von den magnetischen Momenten der Elektronen her.

Bei einem Atom mit mehreren Elektronen setzen sich die Bahndrehimpulse und die Spins zu einem Gesamtdrehimpuls zusammen. Ebenso entsteht ein resultierendes magnetisches Moment. Der resultierende Drehimpuls und das resultierende magnetische Moment sind aber im allgemeinen nicht mehr entgegengesetzt orientiert, weil Bahndrehimpuls und Spin mit den zugehörigen magnetischen Momenten nach Gl. (4/5) und Gl. (4/6) durch verschiedene Proportionalitätskonstanten verknüpft sind. Für die Komponente $\vec{m}$ des resultierenden magnetischen Moments, die antiparallel zum Gesamtdrehimpuls verläuft, gilt eine ähnliche Beziehung wie (4/5):

$$\vec{m} = - g \mu_0 \frac{e}{2m} \vec{L} \; . \qquad (5/1)$$

e ist wiederum die Elementarladung, m die Masse des Elektrons; der dimensionslose Faktor g wird als LANDÉ-Faktor bezeichnet. Er ist für den Zustand des Atoms charakteristisch und nimmt in den Grenzfällen reinen Bahndrehimpulses den Wert 1 und in denen reinen Eigendrehimpulses den Wert 2 an.

F 5/1 Ein ferromagnetischer Körper, der aus einer Legierung besteht, haftet bei Zimmertemperatur an einem Hufeisenmagneten. Taucht man den Körper in siedendes Wasser, so fällt er ab.
Wie ist dies zu erklären?

5

A 5/1 Dieser ferromagnetische Körper hat einen CURIE-Punkt, der unter 100 °C liegt. Oberhalb dieser Temperatur wird der Körper paramagnetisch, seine magnetische Suszeptibilität sinkt um Größenordnungen. (Tatsächlich gibt es einige HEUSLERsche-Legierungen, deren CURIE-Punkt unter 100 °C liegt. Aber auch Gadolinium, ein ferromagnetisches Seltenerdenmetall, hat einen sehr niedrigen CURIE-Punkt (T_C = 290 K).)

Weiter Abschnitt 14.1.2.

14.1.3. Diamagnetismus [20]

Ein Elektron mit dem magnetischen Moment $\vec{m}$ erfährt in einem Magnetfeld der Feldstärke $\vec{H}$ das Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{H} \; . \qquad (6/1)$$

Das Elektron verhält sich wegen seines Drehimpulses wie ein Kreisel und beginnt unter dem Einfluß des Drehmoments zu präzedieren (s. Abschnitt 3.6.7., die Radfelge ist hier die Kreisbahn des Elektrons). Diese Bewegung wird als LARMOR-Präzession bezeichnet.

Es soll hier nur der spezielle Fall untersucht werden, daß das magnetische Moment des Elektrons senkrecht zur Feldstärke orientiert ist (Bild 6/1). Das Drehmoment hat dann den Betrag

$$M = |\vec{m}| \, H \; .$$

Für die Winkelgeschwindigkeit der Präzession (s. Abschnitt 3.6.7.),

$$\omega_p = \frac{M}{L} = \frac{|\vec{m}| \, H}{L} \; ,$$

gewinnt man mit Gl. (4/5) den Ausdruck

$$\omega_p = \mu_o \frac{e}{2m_e} H \; . \qquad (6/2)$$

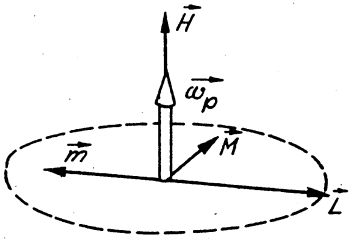


Bild 6/1

ω_p wird auch als LARMOR-Frequenz bezeichnet, m_e ist die Masse des Elektrons.

Die LARMOR-Präzession der Elektronenhülle eines Atoms ist als elektrischer Strom zu betrachten, sie erzeugt ein zusätzliches magnetisches Moment. Dieses Moment ist der Feldstärke entgegengesetzt orientiert und verursacht somit den Diamagnetismus.

Für die diamagnetische Suszeptibilität ergibt sich auf dieser Grundlage der Ausdruck

$$\chi_m = - \frac{Z \, e^2 \, \mu_o \, n}{6 m_e} \langle r^2 \rangle \; . \qquad (6/3)$$

n ist die Anzahl der Atome pro Volumen, Z die Kernladungszahl und $\langle r^2 \rangle$ der Mittelwert der Quadrate der Abstände zwischen Kern und Elektronen.

Diese Beziehung (6/3) wurde 1905 von dem französischen Physiker LANGEVIN abgeleitet. Die Berechnung der diamagnetischen Suszeptibilität eines isolierten Atoms reduziert sich also letztlich darauf, das mittlere Abstandsquadrat $\langle r^2 \rangle$ für die Elektronenverteilung innerhalb des Atoms zu ermitteln. Dies kann nur auf quantenmechanischem Wege erfolgen.

Man muß aus diesen Überlegungen, die an keine besonderen Voraussetzungen über die Art oder den Aufbau der Atome gebunden waren, folgern, daß alle Stoffe diamagnetisch sind. Ihr diamagnetisches Verhalten kann jedoch durch andere magnetische Erscheinungen verdeckt werden. Dieses ist bei den diamagnetischen Stoffen nicht der Fall, weil ihre Atome oder Moleküle ohne äußeres Feld kein resultierendes magnetisches Moment besitzen.

Weiter F 7/1

F 7/1 Zeigen Sie, daß in einem Magnetfeld mit der Induktion $B = 10\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$ die LARMOR-Frequenz klein gegenüber der Winkelgeschwindigkeit der Bahnbewegung eines Elektrons im Atom ($\omega_B \approx 10^{14}\ \mathrm{s^{-1}}$) ist.
Die spezifische Ladung des Elektrons ist
$\frac{e}{m_e} = 1{,}76 \cdot 10^{11}\ \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{kg}}$.

10

A 7/1 $\omega_p = \mu_0 \frac{e}{2m_e} H = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m_e} B.$

Durch Einsetzen der gegebenen Größen erhält man:

$\omega_p = \frac{1}{2} \cdot 1{,}76 \cdot 10^{11}\ \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{kg}} \cdot 10\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$,

$\omega_p = 0{,}88 \cdot 10^{12}\ \mathrm{s^{-1}} \ll \omega_B$.

Weiter F 9/1

14.1.4. Paramagnetismus [20]

Wenn sich die magnetischen Momente der Teilchen, aus denen das Atom oder Molekül zusammengesetzt ist, nicht kompensieren, dann verhält sich das resultierende magnetische Moment des Atoms oder Moleküls im Magnetfeld wie eine Magnetnadel und wird bestrebt sein, sich in Feldrichtung einzustellen. So erwartet man, daß Atome mit einer ungeraden Zahl von Elektronen ein magnetisches Moment haben. Gewöhnlich jedoch kompensieren sich bei Verbindungen die Spins und Bahndrehimpulse der Valenzelektronen, so daß im allgemeinen Moleküle kein magnetisches Moment besitzen. Die meisten Materialien zeigen nur ein resultierendes magnetisches Moment, wenn die sie bildenden Atome ungefüllte innere Elektronenschalen aufweisen. Solche Atome findet man bei den Übergangselementen Cr, Mn, Fe, Ni, Co, Pa und Pt. Ebenso trifft dies für die Elemente der seltenen Erden zu.

Wir betrachten nun ein System von Atomen, die nicht miteinander wechselwirken und magnetische Momente besitzen, in einem äußeren Magnetfeld. Einerseits wird das äußere Magnetfeld die atomaren magnetischen Dipole auszurichten versuchen, andererseits wirkt dem die Wärmebewegung entgegen, so daß sich letztlich ein Gleichgewicht einstellen wird. Zur Berechnung des resultierenden magnetischen Moments müssen deshalb statistische Gesetze herangezogen werden. Außerdem ist die in Lehrbrief 11 behandelte Richtungsquantelung zu berücksichtigen, da nur bestimmte Orientierungen der atomaren magnetischen Momente im äußeren Magnetfeld auftreten.

Unter der Voraussetzung kleiner Feldstärken und hinreichend hoher Temperaturen gilt für die paramagnetische Suszeptibilität

$$\chi_m = \frac{n\,|\vec{m}|^2}{3\mu_0\,k\,T}\,. \qquad (8/1)$$

n ist wiederum die Anzahl der Atome pro Volumen, $\vec{m}$ ist das magnetische Moment eines paramagnetischen Atoms, k ist die BOLTZMANN-Konstante und T die absolute Temperatur.

Die Proportionalität der Suszeptibilität mit der reziproken Temperatur wird als CURIEsches Gesetz des Paramagnetismus bezeichnet. Bei hohen Feldstärken und/oder tiefen Temperaturen ergibt sich eine kompliziertere Beziehung, auf die nicht eingegangen werden soll.

Weiter F 9/2

F 9/1 Für Wismut (Z = 83) wurde experimentell die diamagnetische Suszeptibilität $\chi_m = -1{,}8 \cdot 10^{-4}$ ermittelt (vgl. Tafel 3/1). Die Zahl der Atome pro Volumen beträgt $n = 28{,}2 \cdot 10^{21}\ cm^{-3}$. Schätzen Sie aus diesen Angaben den Atomradius für Wismut ab! (Aus den Abständen der Atommittelpunkte im Kristallgitter des Wismut wurde ein Radius von $r \approx 0{,}15$ Nanometer ermittelt.)

15

A 9/1 Gleichung (6/3) ergibt

$$\langle r^2 \rangle = -\frac{\chi_m}{Z\, e^2\, \mu_0\, n}\, 6 m_e \,.$$

Durch Einsetzen der gegebenen Größen erhält man

$$\langle r^2 \rangle = 1{,}3 \cdot 10^{-20}\ m^2 \,.$$

Hieraus folgt für den Atomradius der Schätzwert

$$r_A \approx \sqrt{\langle r^2 \rangle} = 1{,}14 \cdot 10^{-10}\ m = 0{,}114\ nm \,.$$

Weiter Abschnitt 14.1.4.

F 9/2 Aus Tafel 3/1 entnimmt man, daß die paramagnetische Suszeptibilität von Platin bei $T_1 = 273$ K $\chi_{m,1} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ beträgt. Berechnen Sie die Suszeptibilität von Platin für $T_2 = 353$ K unter der Annahme, daß das CURIEsche Gesetz gilt!

10

A 9/2 Aus Gleichung (8/1) folgt die Proportion

$$\chi_{m,2} : \chi_{m,1} = T_1 : T_2 \,,$$

und man erhält:

$$\chi_{m,2} = \chi_{m,1} \cdot \frac{T_1}{T_2} = 1{,}9 \cdot 10^{-4}$$

Weiter Abschnitt 14.1.5.

14.1.5. Ferromagnetismus

14.1.5.1. EINSTEIN-DE-HAAS-Effekt [20]

Von dem häufigsten ferromagnetischen Element, dem Eisen (lat. ferrum), leitet sich die Bezeichnung Ferromagnetismus ab. Insgesamt sind neun chemische Elemente bekannt, die ferromagnetische Eigenschaften haben, von denen jedoch nur Eisen (T_c = 1041 K), Nickel (T_c = 631 K), Kobalt (T_c = 1393 K) und Gadolinium (T_c = 290 K) praktisch interessant sind. Die CURIE-Punkte T_c der seltenen Erdenmetalle Dysprosium, Thulium, Holmium und Terbium liegen sehr tief. Außerdem gibt es eine Reihe von Legierungen aus ferromagnetischen und nichtferromagnetischen Elementen (HEUSLERsche Legierungen), die ferromagnetische Eigenschaften zeigen.

Sind nun die Spinmomente, die Bahnmomente oder beide gemeinsam die Ursache für den Ferromagnetismus? Der erste Versuch, diese Frage experimentell zu entscheiden, ist von EINSTEIN und DE HAAS (1915) ausgeführt worden. Er basiert auf dem Drehimpulserhaltungssatz (s. Abschnitt 3.4.5.).

Ein an einem Torsionsfaden befestigter Eisenzylinder hängt in einer Spule und kann durch deren Magnetfeld magnetisiert werden (Bild 10/1). Nach den in Abschnitt 14.1.2. erläuterten Vorstellungen über die atomaren magnetischen Momente ist eine Ummagnetisierung des Eisenzylinders mit einer Änderung des Umlaufsinns der Elektronen auf ihrer Bahn, mit einer Umkehrung des Drehsinns ihrer Eigenrotation oder mit beiden Erscheinungen zusammen verbunden. Für den Eisenzylinder muß beim Ummagnetisieren die vertikale Komponente des Drehimpulses erhalten bleiben, da in dieser Richtung keine äußeren Drehmomente wirken. Die Änderung des Drehimpulses der Elektronen wird deshalb durch eine Drehung des Stabes kompensiert und kann hierdurch gemessen werden. Aus der magnetischen Polarisation des Eisenzylinders kann man andererseits auf das magnetische Moment der atomaren Magnete schließen.

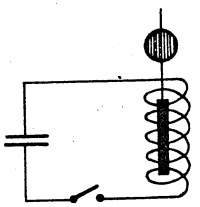


Bild 10/1

Da das Verhältnis von magnetischem Moment zum Drehimpuls für die Spingrößen doppelt so groß wie für die Bahngrößen ist, kann mit der Versuchsanordnung (Bild 10/1) eine Entscheidung über die Ursache des Ferromagnetismus gefällt werden. Aus dem Experiment folgt, daß der Ferromagnetismus nicht von den magnetischen Bahnmomenten, sondern von den Spinmomenten erzeugt wird. Es erhebt sich die Frage, warum die Elektronenspins nur in einigen wenigen Stoffen so zusammenwirken, daß Ferromagnetismus entsteht. Man kann versuchen, die Antwort in Besonderheiten des Atombaus dieser Stoffe zu finden. Betrachtet man z. B. die Atome Fe, Co und Ni, so besitzen diese nicht voll besetzte 3d-Zustände, die Lanthaniden ungefüllte 4f-Zustände. Die nicht vollbesetzten Schalen bewirken resultierende Spinmomente.
Das Vorhandensein nicht aufgefüllter innerer Schalen in einem Atom ist eine notwendige, aber noch keine hinreichende Bedingung für das Entstehen von Ferromagnetismus, denn einerseits gibt es eine Reihe nichtferromagnetischer Elemente mit nicht abgeschlossenen inneren Schalen (z. B. Cr, Mn, V und fast alle Lanthaniden), andererseits haben isolierte Atome eines ferromagnetischen Stoffes für sich allein keinerlei ferromagnetische Eigenschaften.

Es hat sich gezeigt, daß bei ferromagnetischen Körpern die Spinmomente eines sehr viele Atome umfassenden Bereiches schon ohne äußeres Magnetfeld parallel gestellt sind.

Diese Parallelstellung der Spinmomente ganzer Bereiche beruht auf der nur quantentheoretisch zu beschreibenden Austauschwechselwirkung. Zum jetzigen Zeitpunkt existieren mehrere ferromagnetische Theorien nebeneinander. Sie stimmen in der grundsätzlichen Erkenntnis überein, daß verschiedene Arten von Austauschwechselwirkungen für das Auftreten des Ferromagnetismus entscheidend sind. Darüber hinausgehende offene Fragen werden mit unterschiedlichen Ansätzen beantwortet.

Weiter F 13/1

14.1.5.2. [25] WEISSsche Bezirke

Die einheitliche Ausrichtung der Spinmomente beschränkt sich auf Bereiche mit etwa 10^{-3} cm Durchmesser. Diese enthalten etwa 10^{13} Atome. Das hatte zuerst P. WEISS (1907) vermutet und wurde 1935 von LANDAU und LIFSCHITZ energetisch begründet. Diese Domänen oder WEISSschen Bezirke können z. B. experimentell überzeugend nachgewiesen werden, indem man das Absetzen einer Suspension ferromagnetischer Teilchen auf einer elektrolytisch polierten Probenoberfläche betrachtet. Die Teilchen sammeln sich bevorzugt im Streufeld der Domänenwände an und bilden dabei die BITTERschen Streifen.

Warum sind unterhalb der CURIE-Temperatur nicht alle atomaren Magnete spontan in einer Richtung orientiert? Um das zu erkennen, betrachten wir einen in einer Richtung spontan magnetisierten Eisenkristall (Bild 12/1). In diesem Einkristall ist die Austauschwechselwirkung minimal, jedoch besitzt er ein beträchtliches äußeres Magnetfeld mit einer großen magnetischen Feldenergie.

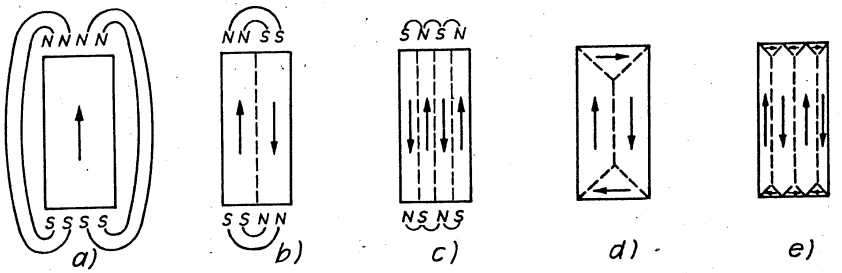


Bild 12/1

Das äußere Magnetfeld ist schwächer und damit die Feldenergie kleiner, wenn die eine Hälfte des Magneten entgegengesetzt zur anderen Hälfte magnetisiert ist (Bild 12/1b). Die Grenzschicht zwischen den beiden Bereichen mit verschiedenen Orientierungen der magnetischen Polarisation wird als BLOCH-Wand bezeichnet. In dieser Wand haben benachbarte Elektronen unterschiedliche Spinorientierungen. Hierdurch erhöht sich die Austauschenergie. Diese zusätzliche Energie wird als Wandenergie bezeichnet. Wenn man zunächst von anderen durch die Domänenstruktur beeinflußten Ener-

gieanteilen absieht, wird die optimale Bereichsgröße dann erreicht sein, wenn die Energie, die zum Aufbau neuer Wände benötigt wird, gleich der durch diesen Vorgang hervorgerufenen Abnahme der Feldenergie ist. Man beobachtet aber auch Domänenanordnungen (Bild 12/1d, 12/1e), die überhaupt kein äußeres Feld erzeugen. Diese Anordnungen verdeutlichen, daß in die Energiebetrachtungen zur Domänenbildung ein weiterer Energieanteil einzubeziehen ist, den man als Spannungsenergie bezeichnet. Bei konstantem Volumen zeigt ein ferromagnetischer Einkristall nämlich bei seiner Magnetisierung eine Längenänderung in der Feldrichtung, die als Magnetostriktion bezeichnet wird. Das bedeutet aber, daß die dreieckigen Abschlußbereiche in Bild 12/1e, 12/1d nur bei Anwendung einer Druckspannung an die senkrecht magnetisierten Bereiche passen.

Weiter F 15/1

F 13/1 Der Spin des Elektrons hat den Betrag $L^{(s)} = \frac{h}{4\pi}$

Wie ändert sich der Drehimpuls des Kristallgitters der ferromagnetischen Probe in Bild 10/1, wenn bei der Ummagnetisierung N Elektronen ihre Spinorientierung umkehren?

10

A 13/1 Beim Umkehren der Spinorientierung hat die Änderung des Drehimpulses eines Elektrons den Betrag $\Delta L_e = \frac{h}{2\pi}$. Die Änderung des Drehimpulses des Kristallgitters ΔL_G muß den gleichen Betrag haben wie die Summe der Änderungen der Drehimpulse aller Elektronen. Somit gilt: $\Delta L_G = N \frac{h}{2\pi}$.

Weiter F 13/2

F 13/2 Das mit dem Spin verknüpfte magnetische Moment des Elektrons hat den Betrag $m_s = 1{,}17 \cdot 10^{-5}$ Vs·m.

Wie groß ist die Polarisation des Eisenstabes beim EINSTEIN-DE-HAAS-Experiment, wenn sämtliche "verfügbaren" magnetischen Spinmomente in Feldrichtung geklappt sind (Sättigungspolarisation)? Die Zahl der "verfügbaren" Elektronen pro Volumen beträgt $n = 1{,}9 \cdot 10^{29}$ m^{-3}, wenn man annimmt, daß im Eisen zwei Elektronen pro Atom mit ihrem magnetischen Spinmoment zum Ferromagnetismus beitragen.

10

A 13/2 $J = n\, m_s = 2{,}2 \cdot 10^{24}$ Vs · m^{-2}.

Weiter Abschnitt 14.1.5.2.

14.1.5.3. [15] Hysterese

Wie verhalten sich die WEISSschen Bezirke beim Anlegen eines äußeren Feldes? Auf einen Kristall, dessen Domänen wie in Bild 12/1d angeordnet sind, möge ein aufwärts gerichtetes Magnetfeld einwirken. Zunächst wird die Energie dadurch verringert, daß sich die mittlere Domänenwand nach rechts verschiebt; denn damit vergrößert sich die Anzahl der Elementarmagnete, deren magnetische Momente in Feldrichtung orientiert sind. Mit steigender Feldstärke wird sich der ganze Kristall allmählich in eine einzige große Domäne verwandeln. Experimente haben gezeigt, daß jeder ferromagnetische Einkristall für die Magnetisierung Vorzugsrichtungen bietet, die sog. "leichten Richtungen". Fällt eine dieser Richtungen mit der Magnetfeldrichtung zusammen, so wird die Sättigungsmagnetisierung bereits bei geringen Feldstärken erreicht. Unterscheidet sich die Richtung des angelegten Magnetfeldes von den Vorzugsrichtungen im Kristall, so steigt die Magnetisierung bei einer geringen Feldstärke an, erreicht jedoch erst bei verhältnismäßig hohen Feldstärken den Sättigungswert. In der Vorzugsrichtung, die nahe bei der Feldrichtung liegt, vergrößern sich zunächst die Domänen bis zur vollständigen Magnetisierung in dieser Richtung. Schließlich wird bei höheren Feldstärken die magnetische Polarisation der Domäne in Feldrichtung geklappt.

In einem polykristallinen, ferromagnetischen Material gibt es viele kleine Kristallite, deren Kristallachsen in die verschiedensten Richtungen zeigen. Die Kristallite enthalten Domänen, die gewöhnlich parallel zu den Vorzugsrichtungen spontan magnetisiert sind. In einem schwachen Magnetfeld beginnen sich die Domänenwände in der Weise zu verschieben, daß die Bereiche anwachsen, deren Magnetisierungsrichtung mit der Feldrichtung übereinstimmt bzw. nahezu übereinstimmt. Diese Wandverschiebungen sind reversibel, d. h., beim Abschalten des Feldes verschwindet die Magnetisierung wieder. Bei höheren Feldstärken treten irreversible Wandverschiebungen auf, die ihre Ursache in Versetzungen, Fehlstellen und Verunreinigungen der Kristallite haben. An diesen Stellen geraten die sich bewegenden Domänenwände ins Stocken; wird das äußere Feld jedoch noch verstärkt, so "schnappt" die

Wand nach. Die ruckweise Magnetisierung bewirkt einen Energieverlust. Dies ist die Ursache des Hysterese-Effektes. Bei genügend hohen Feldstärken werden die magnetischen Momente in einigen Kristalliten, deren "leichte Richtungen" nicht in die Richtung des äußeren Magnetfeldes zeigen und die trotz der Wandverschiebungen noch vorhanden sind, in Feldrichtung gedreht.

Die Magnetisierungskurve eines ferromagnetischen Materials wird im J-H-Diagramm dargestellt (Bild 15/1). Charakteristisch für alle Ferromagnetika ist die Sättigung von J bei genügend starken Feldern. Die Sättigungspolarisation J_S nimmt mit steigender Temperatur ab und erreicht am CURIE-Punkt nahezu den Wert 0. Wenn nach Erreichen der Sättigung das Magnetfeld verschwindet, so fällt J nur auf einen endlichen Wert J_R, die Remanenz, d. h., der Ferromagnet ist permanent magnetisiert. Will man J auf den Wert 0 erniedrigen, ist eine Gegenfeldstärke H_C, die Koerzitivfeldstärke, notwendig. Ist diese größer als 600 $A \cdot m^{-1}$, so spricht man von hartmagnetischen Werkstoffen, andernfalls

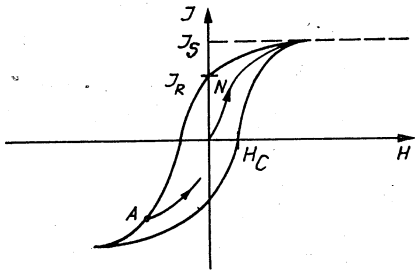


Bild 15/1

F 15/1 Durch Anlegen einer Zugspannung wird eine ferromagnetische Probe gedehnt. Was kann man bezüglich der magnetischen Polarisation der Probe erwarten?

5

A 15/1 Wenn die Länge einer Probe bei einer Änderung der Magnetisierung verändert wird (Magnetostriktion) kann man erwarten, daß sich bei einer Längenänderung der Probe die magnetische Polarisation ändert; eine Dehnung bewirkt z. B. bei Eisen ein Ansteigen der magnetischen Polarisation (vgl. Abschnitt 14.1.7.).

Weiter Abschnitt 14.1.5.3.

werden die Substanzen als weichmagnetisch bezeichnet. Die von der Magnetisierungskurve eingeschlossene Fläche ist der für einen vollständigen Ummagnetisierungsprozeß erforderlichen Energie proportional und damit ein Maß für die Hystereseverluste. Energetisch sind deshalb Werkstoffe mit kleinen Koerzitivfeldstärken ("weichmagnetische" Werkstoffe) besonders günstig.

Wird vor dem Erreichen der Sättigung (Punkt A im Bild 15/1) der Betrag der Feldstärke wieder verringert, so entsteht eine neue Kurve. Da diese Kurve innerhalb der alten Hystereseschleife liegt, kann man mit einer periodisch veränderlichen Feldstärke, deren Amplitude sich im Zeitablauf verringert, eine vollständige Abmagnetisierung erreichen. Dieser unmagnetische Zustand ist die Voraussetzung dafür, daß man die Neukurve (N) messen kann. Aus diesen Ausführungen wird ersichtlich, daß man für Ferromagnetika keinen Zusammenhang der Form J = f(H) geben kann, da J zu irgendeinem Zeitpunkt nicht nur von der Größe H zum gleichen Zeitpunkt abhängt, sondern von der ganzen Vorgeschichte.

Weiter F 17/1

F 17/1 Im Abschnitt 14.1.5.3. wurde beschrieben, wie man experimentell eine vollständige Abmagnetisierung erreichen kann. Geben Sie eine weitere, einfache Möglichkeit an!

5

A 17/1 Man kann den unmagnetischen Zustand (bezüglich des Ferromagnetismus) durch Erwärmen des Stoffes über den CURIE-Punkt herstellen.

Weiter F 17/2

F 17/2 Für einen Eiseneinkristall wurde die zu $\vec{H}$ parallele Komponente von $\vec{J}$ als Funktion von H ermittelt. Im Bild 17/1 sind die Meßergebnisse für zwei verschiedene Richtungen von $\vec{H}$ bezüglich der Kristallachsen qualitativ dargestellt.

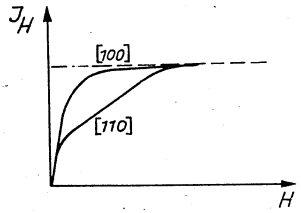


Bild 17/1

Erklären Sie diese Abhängigkeit!
(Eisenkristalle haben würfelförmige Elementarzellen. Die [100]-Richtung verläuft parallel zur Würfelkante, die [110]-Richtung parallel zu einer Flächendiagonale.)

15

A 17/2 Liegt das Feld in [100]-Richtung, so erreicht die Kurve bei geringen Feldstärken den Sättigungswert. Diese Richtung ist eine Vorzugsrichtung. Liegt das Magnetfeld in [110]-Richtung, so steigt zunächst die Magnetisierung (bzw. Polarisation) ebenfalls stark an, die Domänen wachsen. Da bedeutend höhere Feldstärken notwendig sind, um Sättigung zu erreichen, wird die Magnetisierung offenbar aus einer Vorzugsrichtung in die Feldrichtung gedreht. Die [110]-Richtung ist also keine Vorzugsrichtung.

Weiter Abschnitt 14.1.6.

14.1.6. [10] Antiferromagnetismus und Ferrimagnetismus

Zur Erläuterung einiger anderer magnetischer Erscheinungsformen sollen zunächst die den Ferromagnetika Eisen, Nickel, Kobalt benachbarten Elemente des Periodensystems, Chrom und Mangan, betrachtet werden. Im Chrom-Gitter alternieren die Spins der Chromatome in der Richtung von Atom zu Atom (Bild 18/1a).

So ist der Magnetismus des Chroms mehr von theoretischem als von praktischem Interesse, da sich nach außen keine magnetischen Effekte zeigen. Bringt man einen solchen Kristall, den man als Antiferromagneten bezeichnet, in ein äußeres Magnetfeld, so werden die beiden Spinrichtungen reversibel etwas in Feldrichtung gedreht. Hierdurch kann eine schwache Gesamtpolarisation entstehen. Die dabei auftretende positive Suszeptibilität ist nicht wesentlich größer als bei paramagnetischen Körpern ($\chi_m = 10^{-2} \ldots 10^{-3}$). Die Temperaturabhängigkeit ähnelt dem Verhalten der Ferromagnetika. Oberhalb einer materialabhängigen Temperatur, der NEEL-Temperatur, wird diese alternierende Spinausrichtung zerstört. Neben reinen Elementen wie z. B. Chrom und Mangan zeigen auch viele Verbindungen wie Oxide, Sulfide und Halogenide antiferromagnetisches Verhalten.

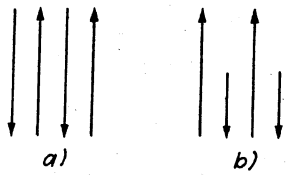


Bild 18/1

Die Existenz dieser alternierenden Spinrichtungen kann experimentell durch Neutronenbeugung nachgewiesen werden. Da das Neutron ein magnetisches Spinmoment hat, kommt es neben den Zusammenstößen mit den Kernen auch zu einer Wechselwirkung seines Spinmomentes und denen der atomaren Dipole. Damit ergeben sich verschiedene Interferenzbilder, wenn die Spins im Kristall alternieren bzw. wenn sie willkürlich angeordnet sind.

Einige Kristalle, deren Grundstruktur die sog. Spinellstruktur ist, weisen alternierende Spinmomente auf. Da diese alternieren-

den Spinmomente jedoch von unterschiedlichen Atomen des Kristalls herrühren, kommt es zu keiner vollständigen Kompensation wie beim Antiferromagnetismus (Bild 18/1b). Der Kristall verhält sich ferromagnetisch. Die Suszeptibilität ist jedoch bedeutend kleiner als bei den gewöhnlichen Ferromagnetika. Diese Materialien werden Ferrite genannt, ihr magnetisches Verhalten wird oft als Ferrimagnetismus bezeichnet. Das magnetische Verhalten der Ferrite ist analog dem der Ferromagnetika: Sättigungsmagnetisierung, Remanenz und Koerzitivfeldstärke treten ebenso auf wie eine kritische Temperatur, oberhalb der der Ferrimagnetismus in den Paramagnetismus übergeht. Jedoch besteht ein auch technisch sehr wichtiger Unterschied gegenüber den Ferromagnetika: Ferrite haben einen großen spezifischen Widerstand ($\varrho = (10^2 \ldots 10^9)\ \Omega \cdot \mathrm{cm}$). Auch in hochfrequenten Feldern treten in ihnen nur geringe Wirbelströme auf, so daß sich ihre Verwendung als Kernmaterial für Hochfrequenzinduktivitäten anbietet.

14.1.7. [15] Technische Anwendungen

Magnetische Materialien in ihren vielfältigen Erscheinungsformen haben eine große technische Bedeutung. Oft sind die Forderungen, die von den Technikern an diese Materialien gestellt werden, physikalisch widersprüchlich, und es müssen Kompromißlösungen gesucht werden. Im folgenden sollen einige dieser Forderungen und ihre technische Realisierung angedeutet werden. Zum Bau von Transformatoren benötigt man Werkstoffe mit möglichst schmaler Hysteresisschleife und großer Permeabilität. Andererseits sollen diese Stoffe einen möglichst hohen spezifischen Widerstand haben, damit die Wirbelstromverluste niedrig bleiben. Zwei recht widersprüchliche Forderungen, so daß man das ökonomische Optimum suchen muß. Als günstiger Werkstoff erweist sich mit 4 % Silizium legiertes Eisen. Im Gegensatz dazu fordert man für die Herstellung von Dauermagneten Werkstoffe mit einer sehr weiten Hystereseschleife. Durch die hohe Remanenz und große Koerzitivfeldstärke soll erreicht werden, daß Störfelder den Magneten nur wenig beeinflussen.
Eine Legierung mit diesen gewünschten Eigenschaften ist "Alnico V" (51 % Fe, 8 % Al, 14 % Ni, 24 % Co, 3 % Cu).

Durch geeignete technologische Behandlung (Walz- und Temperaturprozesse) lassen sich die magnetischen Eigenschaften eines Werkstoffes im gewünschten Sinn beeinflussen. So kann man aus Permalloy (Eisen-Nickel-Legierung) Texturbleche herstellen, die in einer Richtung eine lineare und reversible Magnetisierungskurve zeigen. Dadurch ist die Permeabilität von der Feldstärke in weiten Grenzen unabhängig.
Wenn man weichmagnetische Werkstoffe, deren CURIE-Punkt oberhalb der Rekristallisationstemperatur liegt, bei der letzten Temperung einem magnetischen Gleichfeld aussetzt und sie abkühlen läßt, kann man die magnetischen Momente "einfrieren". So erhält das behandelte Material eine magnetische Richtungsorientierung. Durch das angelegte Magnetfeld werden die Domänen sämtlich in eine Richtung gedreht. Sie nehmen nach der Abkühlung und dem Abschalten des Magnetfeldes diejenigen Kristallrichtungen ein, die der Feldrichtung am nächsten liegen.

Als Speichermaterialien eignen sich magnetische Werkstoffe, deren Magnetisierungsschleife annähernd rechteckig ist. Der Trend zu immer kleineren Einzelelementen ist eine Folge der allgemeinen Tendenz zur Miniaturisierung und der berechtigten Hoffnung, kürzere Umschaltzeiten zu erreichen. Zur Erzielung von Zyklusfrequenzen über 1 MHz benutzt man dünne Schichten als Speicherelemente. Beim Unterschreiten einer kritischen Teilchengröße, z. B. Eisenkugeln mit einem Radius kleiner als 10^{-6} cm, kommen überhaupt keine BLOCHschen Wände mehr vor. Das ganze Teilchen besteht aus einer einzigen Domäne. Dieses Teilchen ist dann ein Dauermagnet. Dünne Schichten sind überwiegend in der Schichtebene spontan magnetisiert. Ist die Schichtdicke d geringer als etwa das Zehnfache der BLOCH-Wanddicke des kompakten Materials, so verlaufen die BLOCH-Wände von einer Oberfläche zur anderen quer durch die Schicht. Die große Bedeutung dieser dünnen magnetischen Schichten für die Verwendung als Speicherelemente in der Rechentechnik beruht darauf, daß man durch geeignete Herstellungsbedingungen Schichten mit fast rechteckiger Magnetisierungskurve, mit Koerzitivfeldstärken bis zu 25 kA/m und Ummagnetisierungszeiten im Nanosekundenbereich erhalten kann.

Die Anwendung der Physik magnetischer Erscheinungen erstreckt sich bei weitem nicht nur auf die Elektrotechnik. Bei der magnetischen Werkstoffprüfung werden Materialinhomogenitäten als Inhomogenitäten der magnetischen Eigenschaften des Werkstückes registriert. Durch magnetische Messungen werden Erzlagerstätten erkundet. Mit magnetischen Erztrennanlagen (Magnetscheider) werden Eisenerze von taubem Gestein getrennt. Die Magnetostriktion wird für die Herstellung von Ultraschallsendern und -empfängern ausgenutzt.

14.2. Materie im elektrischen Feld

14.2.1. [15] Phänomenologische Übersicht

Aus der Vielzahl der Reaktionen, die Stoffe unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes zeigen, sollen in diesem Abschnitt nur die dielektrischen Erscheinungen behandelt werden. Diese beruhen auf Verschiebungen geladener Teilchen und Drehungen permanenter Dipole im elektrischen Feld. Man bezeichnet diese Vorgänge als Polarisation.

Das elektrische Feld wird durch die Vektorgrößen Feldstärke $\vec{E}$ und Verschiebung $\vec{D}$ beschrieben. Im Vakuum besteht zwischen beiden Größen Proportionalität:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \,. \qquad (22/1)$$

$\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$ ist die elektrische Feldkonstante (Influenzkonstante).

Wenn das elektrische Feld in einem Dielektrikum besteht, gilt der allgemeine Zusammenhang

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \,. \qquad (22/2)$$

Die Vektorgröße $\vec{P}$ wird elektrische Polarisation genannt. Sie ist der Quotient aus elektrischem Dipolmoment und Volumen des Dielektrikums.

In Festkörpern sind Polarisation und Feldstärke infolge der Anisotropie der Kristalle im allgemeinen nicht gleichgerichtet. Da das Wesen und die Grundeigenschaften der Dielektrika davon nicht beeinflußt werden, sollen nur isotrope Dielektrika betrachtet werden. Für diese kann der Zusammenhang zwischen Feldstärke und Verschiebung mit Hilfe der relativen Dielektrizitätskonstanten ε_r beschrieben werden:

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} \,. \qquad (22/3)$$

Durch Gleichsetzen der Ausdrücke (22/2) und (22/3) für die Verschiebung gewinnt man die Beziehung zwischen Polarisation und Feldstärke:

$$\vec{P} = (\varepsilon_r - 1) \varepsilon_0 \vec{E} \,. \qquad (22/4)$$

Hier kann analog zum Vorgehen beim magnetischen Feld die elektrische Suszeptibilität χ_e eingeführt werden:

$$\chi_e = \varepsilon_r - 1 \; . \qquad (23/1)$$

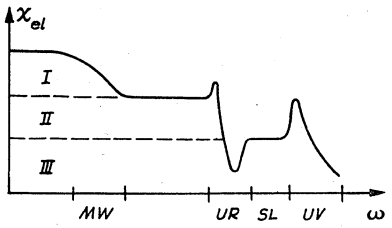
Damit lautet die Beziehung zwischen elektrischer Polarisation und Feldstärke:

$$\vec{P} = \chi_e \; \varepsilon_o \; \vec{E} \; . \qquad (23/2)$$

Die Dielektrizitätskonstante kann man messen, indem man die Kapazität eines mit der Meßsubstanz gefüllten Kondensators mit seiner Kapazität ohne Dielektrikum vergleicht. Das Verhältnis der Kapazitäten ist gleich der Dielektrizitätskonstanten ε_r. Will man die Dielektrizitätskonstante bei Mikrowellenfrequenzen ermitteln, so mißt man die Wellenlänge in der Probe und erhält ε_r über die Beziehung

$$\frac{\lambda\,(\text{Vakuum})}{\lambda\,(\text{Probe})} = (\varepsilon_r \, \mu_r)^{\frac{1}{2}} \; . \qquad (23/3)$$

Die dielektrischen Eigenschaften des Festkörpers sind mit seinen optischen Eigenschaften sehr eng verknüpft (s. Abschnitt 9.2.2.1.). Daher interessiert besonders die Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten, welche in Bild 23/1 schematisch dargestellt ist. Zur Erklärung sei den Abschnitten 14.2.2. und 14.2.3. vorgegriffen. Bei hohen Frequenzen, im optischen Bereich III, können permanente Dipole oder Ionen infolge ihrer großen Masse und der damit verbundenen Trägheit dem elektrischen Feld nicht folgen. Die Polarisation ist rein elektronischer Natur. Erst bei tieferen Frequenzen (UR) kommt dazu ein Ionenbeitrag (II), und im Mikrowellenbereich (I) können auch die permanenten Dipole zur Polarisation beitragen. Im ultraroten und im ultravioletten Bereich ist jeweils eine ionische und eine elektroni-



MW Mikrowellen: $\omega \approx 10^{11}\ s^{-1}$
UR Ultrarot: $\omega \approx 10^{14}\ s^{-1}$
SL sichtbares Licht: $\omega \approx 10^{15}\ s^{-1}$
UV Ultraviolett: $\omega \approx 10^{16}\ s^{-1}$

Bild 23/1

sche Resonanzstelle eingezeichnet. Man muß bemerken, daß die einzelnen Anteile an bestimmte Kristallarten gebunden sind. So tritt der ionische Anteil nur in Ionenkristallen, der Dipolanteil nur in Molekülkristallen auf.

Bei der Untersuchung zahlreicher Kristalle bezüglich ihrer dielektrischen Eigenschaften entdeckte man Stoffe, die als Ferroelektrika bezeichnet werden. Sie stellen eine analoge Erscheinung im Rahmen der Dielektrika dar wie die Ferromagnetika innerhalb des Magnetismus. Ihre Dielektrizitätskonstante übersteigt die "gewöhnlicher" Dielektrika um das 10^3fache. Außerdem ist sie nicht konstant, sondern eine Funktion der Feldstärke $\vec{E}$. Die Funktion $\varepsilon_r = f(E)$ zeigt Hysteresisverhalten, d. h., sie ist von der Vorbehandlung des Materials abhängig. Die Polarisation nimmt bei steigendem Feld nicht kontinuierlich, sondern in "Sprüngen" zu. Alle diese Effekte treten erst unterhalb einer kritischen Umwandlungstemperatur auf, die als ferroelektrische CURIE-Temperatur bezeichnet wird. Oberhalb dieser Temperatur läßt sich die Dielektrizitätskonstante durch das CURIE-WEISSsche Gesetz beschreiben. Außerdem beobachtet man die dem Antiferromagnetismus entsprechende Erscheinung der Antiferroelektrizität. Man muß betonen, daß diese Analogien nur das beobachtete Verhalten und seine Beschreibung betreffen. Die tieferen Ursachen des Magnetismus und der dielektrischen Erscheinungen sind teilweise recht verschiedener Natur.

Tafel 25/1 gibt die statische Dielektrizitätskonstante ($\omega = 0$) für einige Substanzen an.

Weiter F 25/1

Tafel 25/1

Substanz	T/K	p/Torr	$\varepsilon_r\,(\omega = 0)$
NaCl	298		5,62
$BaTiO_3$	293		5000
H_2O	293		80,30
NH_3	298		16,90
C_6H_6	293		2,28
O_2	273	760	1,000523
CO_2	273	760	1,000988

F 25/1 In Bild 25/1 ist die experimentell ermittelte dielektrische Suszeptibilität von Chlorwasserstoff über der reziproken Temperatur aufgetragen. Geben Sie die Temperaturabhängigkeit der dielektrischen Suszeptibilität des Chlorwasserstoffs an (ϱ ist die Dichte des Materials)!

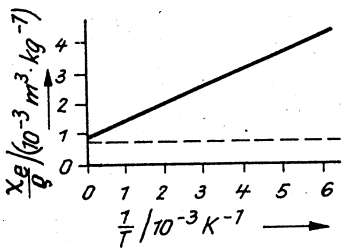


Bild 25/1

5

A 25/1 $\frac{\chi_e}{\varrho} = C_1 + \frac{C_2}{T}$

Weiter Abschnitt 14.2.2.

14.2.2. [40] Verschiebungspolarisation

Man unterscheidet polare und nichtpolare Atome, Moleküle und Festkörper. Die Moleküle einiger Gase, z. B. die des Sauerstoffs, enthalten zwei symmetrisch angeordnete Atome und damit kein permanentes Dipolmoment. Sie sind nichtpolar. Im Gegensatz dazu (Bild 26/1) fallen bei anderen Molekülen, z. B. Wasser, die Mittelpunkte von positiver und negativer Ladung nicht zusammen. Diese Moleküle besitzen ein permanentes elektrisches Dipolmoment, sie sind polar.

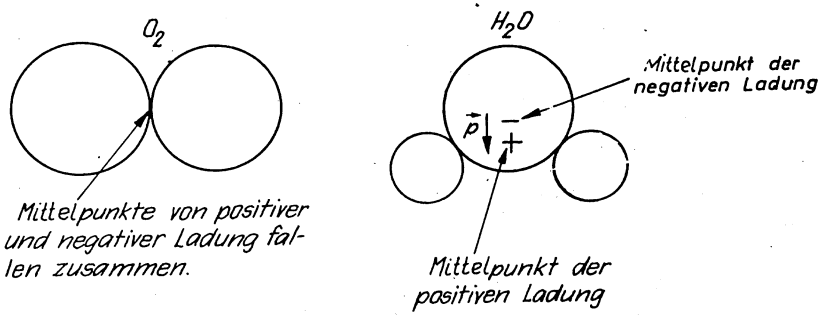


Bild 26/1

Zunächst soll die Polarisation nichtpolarer Materie diskutiert werden, die als Verschiebungspolarisation bezeichnet wird (vgl. Abschnitt 7.4.2.). Man unterscheidet zwei Arten. Wenn das induzierte Dipolmoment durch eine Verschiebung der Hüllenelektronen gegenüber dem Kern des Atoms entsteht, spricht man von Atom- oder Elektronenpolarisation. In einem Ionen enthaltenden Molekül oder Festkörper kann es zu einer Verschiebung der positiven Ionen gegenüber den negativen kommen, was als Ionenpolarisation bezeichnet wird (Bild 26/2).

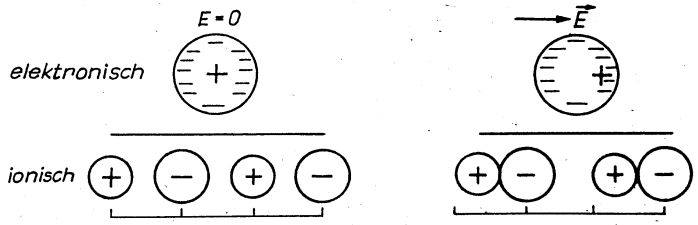


Bild 26/2

Für kleine Feldstärken ist der Betrag der Verschiebung und damit auch das Dipolmoment $\vec{p}$ proportional der elektrischen Feldstärke:

$$\vec{p} = \alpha \vec{E} \,. \qquad (27/1)$$

α ist hierbei die Polarisierbarkeit des Atoms oder Moleküls.

Sie hängt mit der Suszeptibilität des Dielektrikums gemäß

$$\chi_e = \frac{n \alpha}{\varepsilon_o} \qquad (27/2)$$

zusammen. (n ist die Teilchendichte des Dielektrikums.)

Das in einem Atom induzierte Dipolmoment soll im folgenden mit einem einfachen Oszillatormodell des Atoms abgeschätzt werden. Wir betrachten hierzu ein einzelnes Elektron und nehmen an, es sei durch eine quasielastische Kraft,

$$\vec{F} = - k r \vec{e}_r \,, \qquad (27/3)$$

an den Kern gebunden. Auf dieses Elektron wirke ein elektrisches Wechselfeld mit der Feldstärke

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos \omega t \qquad (27/4)$$

ein. Wenn das Feld in x-Richtung verläuft, lautet die Bewegungsgleichung für das Elektron:

$$m_e \ddot{x} = - k x - e E_m \cos \omega t \,. \qquad (27/5)$$

Das Elektron führt unter dem Einfluß des Feldes eine erzwungene Schwingung aus. Hierbei gilt für seine Ortskoordinate

$$x = - \frac{e E_m \cos \omega t}{m_e (\omega_o^2 - \omega^2)} \,. \qquad (27/6)$$

$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m_e}}$ ist die Kreisfrequenz der Eigenschwingung des gebundenen Elektrons und damit zugleich die Resonanzfrequenz bei der erzwungenen Schwingung. Eine elektromagnetische Welle der Frequenz ω_o wird daher von den betrachteten Oszillatoren absorbiert.
Für das vom Wechselfeld erzeugte Dipolmoment gilt:

$$p_x = - e x = + \frac{e^2 E_m \cos \omega t}{m_e (\omega_o^2 - \omega^2)} \,. \qquad (27/7)$$

Man erkennt, daß das Dipolmoment der Feldstärke proportional ist, und findet durch Vergleich mit Gl. (27/1) die Polarisierbarkeit

$$\alpha = \frac{e^2}{m_e (\omega_o^2 - \omega^2)} \,. \qquad (27/8)$$

Bei einer Teilchendichte n der polarisierten Atome ergibt sich schließlich mit Gleichung (27/2) die dielektrische Suszeptibilität

$$\chi_e = \varepsilon_r - 1 = \frac{n\, e^2}{\varepsilon_0\, m_e(\omega_0^2 - \omega^2)} \,. \qquad (28/1)$$

Dieses Ergebnis ist als eine sehr grobe Approximation anzusehen. Das liegt u. a. daran, daß zu seiner Ableitung ein Modell benutzt wurde, das nur eine Resonanzfrequenz zuläßt, während ein Atom mehrere hat.

Gleichung (28/1) gilt in brauchbarer Näherung für Gase und zeigt, wie die Dielektrizitätskonstante ε_r eines Gases von seiner Dichte und der Frequenz ω_o seiner optischen Absorption abhängt.

Eine genaue Berechnung der Polarisierbarkeit der Atome erfordert die Anwendung der Quantentheorie.

In einem Festkörper oder einer Flüssigkeit liegen die Molekeln außerdem so dicht, daß im Gegensatz zu den Gasen nicht nur das äußere Feld, sondern auch die Polarisation der Nachbaratome das Feld am Ort eines herausgegriffenen Atoms beeinflußt.

Weiter F 29/1

F 29/1 Kohlendioxidmoleküle, CO_2, besitzen kein Dipolmoment. Welche Aussage über den Aufbau des Moleküls läßt sich hieraus ableiten?

5

A 29/1 Man kann daraus folgern, daß die Atome in einer geraden Linie mit gleichen Abständen angeordnet sind (Bild 29/1).

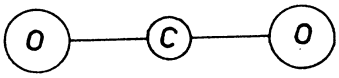


Bild 29/1

Weiter Abschnitt 14.2.3.

14.2.3. [10] Orientierungspolarisation

In einem Stoff, der polare Moleküle enthält, ist im feldfreien Zustand das resultierende Dipolmoment Null, da die permanenten Dipole gleichmäßig auf alle Richtungen verteilt sind (Bild 30/1). Beim Anlegen eines elektrischen Feldes werden einerseits gemäß der in Abschnitt 14.2.2. erwähnten Verschiebungspolarisation Dipolmomente induziert, und andererseits werden durch das angelegte Feld die permanenten Dipole in die Feldrichtung gedreht. Der Ausrichtung wirkt die thermische Bewegung der Moleküle entgegen. Diese Überlegungen gelten für Gase und Flüssigkeiten, denn im Festkörper ist der permanente Dipol in seiner Bewegungsfreiheit so stark eingeschränkt, daß man die Orientierungspolarisation praktisch vollkommen vernachlässigen kann. Es gibt auch Ausnahmen, wie der Abschnitt 14.2.4. zeigen wird. Die sich im Gleichgewicht zwischen der Wirkung der thermischen Bewegung einerseits und des Feldes andererseits einstellende Polarisation kann nach den Gesetzen der statistischen Mechanik errechnet werden. Man findet für die elektrische Suszeptibilität den zur paramagnetischen Suszeptibilität (Gl. (8/1)) analogen Ausdruck,

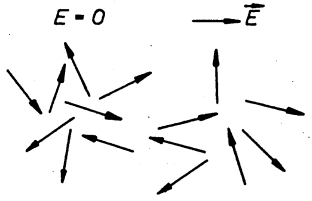


Bild 30/1

$$\chi_e = \frac{n\,p^2}{3\,\varepsilon_0\,k\,T}\,. \qquad (30/1)$$

Die elektrische Suszeptibilität ist proportional der Teilchendichte n und dem Quadrat des Dipolmoments eines Teilchens sowie umgekehrt proportional der Temperatur. Diese Temperaturabhängigkeit entspricht dem CURIEschen Gesetz des Paramagnetismus und beruht darauf, daß bei höheren Temperaturen mehr Zusammenstöße der Teilchen stattfinden und sich damit ihre Ausrichtung verschlechtert.

Man kann in einem Festkörper auch eine permanente Polarisation erzeugen, d. h. eine Polarisation, die ohne ein angelegtes Feld existiert. Diese als Elektrete bezeichneten Materialien werden in folgender Weise hergestellt: Das Dielektrikum wird geschmolzen oder genügend erweicht und in ein starkes elektrisches Feld ($E \approx 10^4$ V/cm) gebracht. Anschließend läßt man unter Einwirkung des Feldes den Stoff erkalten. Die zum Teil in Feldrichtung gedrehten permanenten Dipole werden in ihrer Lage "eingefroren". Ein Elektret hat dadurch Polarisationsladungen auf seiner Oberfläche. Er stellt das elektrische Analogon zum Permanentmagneten dar. Es lassen sich nicht aus allen Dielektrika Elektrete herstellen. Geeignete Materialien sind Wachs, Asphalt, Glas und Harz. Wenn ein Elektret längere Zeit in Luft gelagert wird, können die Oberflächenladungen durch Ionen kompensiert werden. Der Elektret ist dann entladen, und es ist kein äußeres Feld mehr vorhanden.

Weiter F 31/1

F 31/1 Der Temperaturverlauf der dielektrischen Suszeptibilität von gasförmigem CH_3Cl wurde gemessen. Zur Auswertung der Meßergebnisse wird $10^3\ \chi_e$ über $10^3/T$ aufgetragen, wobei die einzelnen Meßpunkte durch eine Gerade verbunden werden können. Welche Aussagen gestatten der Anstieg und die Lage des Schnittpunktes der Geraden mit der χ_e-Achse?

10

A 31/1 Die Gesamtsuszeptibilität für ein Gas folgt aus Gl. (27/2) und Gl. (30/1):

$$\chi_e = \frac{n}{\varepsilon_0}\left(\alpha + \frac{p^2}{3kT}\right).$$

Der Anstieg der Geraden erlaubt eine Aussage über das permanente Dipolmoment der Moleküle $\vec{p}$, und der Schnittpunkt der Geraden mit der χ_e-Achse gestattet die Berechnung der Polarisierbarkeit des Moleküls.

Weiter Abschnitt 14.2.4.

14.2.4. [30] Ferroelektrizität

Es gibt spezielle Kristalle, über die bereits im Abschnitt 14.2.1. berichtet wurde, welche ein dielektrisches Verhalten zeigen, das dem magnetischen Verhalten der Ferromagnetika in vielen Punkten entspricht. Diese als Ferroelektrizität bezeichnete Eigenschaft findet sich in elf der insgesamt 32 Kristallklassen, den pyroelektrischen Klassen. Die Ferroelektrika lassen sich im wesentlichen in drei Gruppen einteilen:

1. Das Seignettesalz ($NaK(C_4H_4O_6)\cdot 4\ H_2O$), an welchem die ferroelektrischen Eigenschaften entdeckt wurden, bildet zusammen mit ähnlichen Salzen die erste Gruppe. Das Seignettesalz zeigt zwei CURIE-Temperaturen, einmal bei 24 °C und zum anderen bei −18 °C, die den ferroelektrischen Bereich begrenzen (Bild 32/1). Außerhalb dieses Gebietes hat es rhombische Kristallstruktur, während es in der ferroelektrischen Phase monoklin wird.

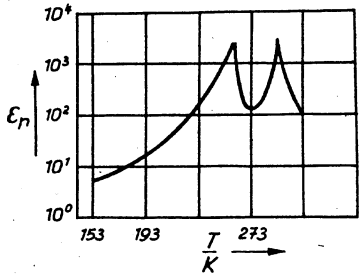


Bild 32/1

2. Die zweite Gruppe enthält verschiedene Phosphate und Arsenate der Alkalien. Der bekannteste Vertreter dieser Gruppe ist Kaliumhydrogenphosphat (KH_2PO_4). Bei Temperaturen unter 100 K ist seine Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_r \approx 10^3$. In einem sehr schmalen Temperaturintervall steigt sie auf $\varepsilon_r \approx 6 \cdot 10^4$ an (T_c = 122 K) und sinkt nach Überschreiten dieses Maximalwertes bis auf $\varepsilon_r \approx 25$ bei Zimmertemperatur ab. Oberhalb der CURIE-Temperatur hat der Kristall tetragonale, unterhalb rhombische Struktur.

3. In die dritte Gruppe gehören die am besten untersuchte und technisch genutzte ferroelektrische Substanz, das Bariumtitanat ($BaTiO_3$), und weitere damit verwandte Ionenkristalle. Bariumtitanat wird bei 393 K ferroelektrisch und geht dabei von der kubischen in die tetragonale Struktur über. Es be-

sitzt bei 278 K und 193 K weitere Umwandlungspunkte, bei denen sich jedoch nur die Kristallstruktur und die Richtung der spontanen Polarisation ändern, das ferroelektrische Verhalten aber erhalten bleibt (Bild 33/1).

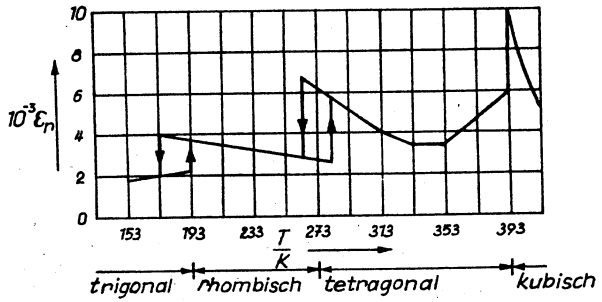


Bild 33/1

Diese wenigen Ausführungen zeigen, wie das Auftreten der Ferroelektrizität ganz entscheidend von der Kristallstruktur bestimmt wird. Daher ist zu vermuten, daß die Ursache dieser Erscheinung eine ionische Polarisation ist und der elektronische Anteil nur eine geringfügige Rolle spielt. Außerhalb des ferroelektrischen Gebiets genügt die Dielektrizitätskonstante dem CURIE-WEISSschen-Gesetz:

$$\varepsilon_r = \frac{C}{T - T_c} + \varepsilon_1 \quad . \qquad (33/1)$$

In dieser Gleichung ist T_c die CURIE-Temperatur des ferroelektrischen Stoffes und ε_1 ein temperaturunabhängiger Beitrag, der von einer zusätzlichen elektronischen Polarisation herrührt. Dieser Beitrag ist gewöhnlich belanglos, da er vom ersten Anteil weit überwogen wird.

Wie schon im Abschnitt 14.2.1. erwähnt wurde, sind die ferroelektrischen Erscheinungen weitgehend analog den uns schon bekannten Erscheinungen des Ferromagnetismus (vgl. Abschnitt 14.1.5.). Innerhalb des ferroelektrischen Kristalls existieren Bereiche (Domänen), die spontan polarisiert sind und sich beim Anlegen eines elektrischen Feldes durch Wandverschiebungen oder Drehungen in Feldrichtung einstellen.

Stimmen die Polarisationsrichtungen aller Domänen mit der Richtung des äußeren Feldes überein, so spricht man auch hier vom Zustand der Sättigung. Im P-E-Diagramm erhält man eine Hysteresisschleife mit den charakteristischen Punkten Remanenz und Koerzitivfeldstärke. Die spontane Polarisation innerhalb einer Domäne hat jedoch eine ganz andere Ursache als bei den Ferromagnetika. Im Abschnitt 14.2.2. wurde bereits erwähnt, daß die Polarisation eines Atoms im festen Körper durch die Summe von äußerem Feld und Polarisationsfeld der umgebenden Atome bewirkt wird. Es ist deshalb möglich, daß das Atom allein durch das Polarisationsfeld polarisiert wird. Denn man kann sich vorstellen, daß infolge der thermischen Bewegung zufällig an einer Stelle des Dielektrikums mehrere Dipolmomente parallelgerichtet sind und das entstehende Polarisationsfeld die Ausrichtung weiterer Dipolmomente bewirkt. Das führt zu einer Vergrößerung des Polarisationsfeldes, so daß diese Rückkopplung eine spontane Polarisation ("Polarisationskatastrophe") hervorruft. Die spontane Polarisation entsteht also auf Grund der bei gewissen Anordnungen der Atome besonders starken inneren Felder.

14.2.5. [10] Piezoelektrizität, Pyroelektrizität

Manche Kristalle (z. B. Quarz, Turmalin) zeigen eine elektrische Polarisation, wenn sie durch Zug- oder Druckkräfte beansprucht werden. Durch die äußere Kraft werden die Ionen gegeneinander verschoben, es entsteht eine Polarisation (Ionenpolarisation). Bild 35/1 zeigt die Entstehung des piezoelektrischen Effektes beim Quarz.

Dieser Effekt ist umkehrbar. Legt man im kräftefreien Zustand an die Kondensatorplatten eine Spannung, so wird das Dielektrikum durch Verschiebung der Ionen polarisiert. Diese Verschiebung hat entsprechende Längenänderungen zur Folge. Einige der piezoelektrischen Kristalle können ohne Druckbeanspruchung allein durch eine Temperaturänderung polarisiert werden. Diesen Effekt bezeichnet man als Pyroelektrizität.

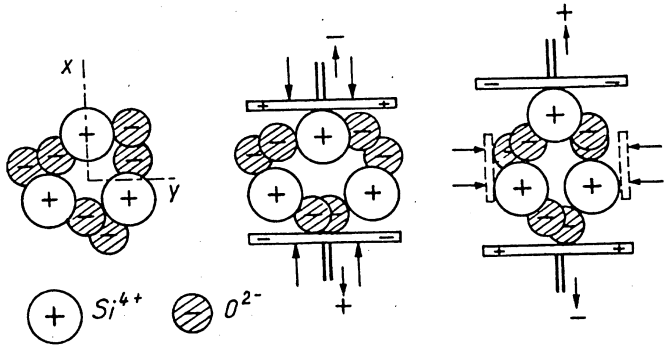


Bild 35/1

In diesen Kristallen liegt eine permanente Polarisation vor. Man bemerkt jedoch diese Polarisation in den meisten Fällen nicht, da wie bei den Elektreten die Oberflächenladungen z. B. durch Ionen kompensiert sind. Die thermische Ausdehnung bewirkt eine Gitterdeformation. Durch die Gitterdeformation und die damit verbundene Veränderung des permanenten Dipolmomentes wird ein äußeres Feld erzeugt, solange herumfliegende Ionen keine Zeit finden, sich auf der Oberfläche zu sammeln und die Polarisationsladungen zu kompensieren.

14.2.6. [15] Technische Anwendungen

Isolierstoffe haben in der Elektrotechnik seit jeher eine große Bedeutung. Die Ferroelektrika mit ihren hohen Dielektrizitätskonstanten gestatten, das Volumen von Kondensatoren bei gleicher Kapazität und Spannungsfestigkeit wesentlich zu verringern. Andererseits wirken sich die starke Temperatur- und Feldstärkeabhängigkeit von ε_r sowie der im Vergleich zu "normalen" Dielektrika größere Verlustfaktor als Maß für die vom Dielektrikum absorbierte Energie nachteilig aus. Mischt man mehrere Stoffe mit unterschiedlichem $\varepsilon_r(T)$-Verhalten, so kann man eine teilweise Kompensation des Temperatureffektes erreichen. Einen niedrigen Verlustfaktor erzielt man, indem man ein Dielektrikum verwendet, dessen CURIE-Temperatur unter der Betriebstemperatur des Kondensators liegt. Das Dielektrikum zeigt dann keine Hystereseerscheinungen.

Analog zu den Ferromagnetika werden auch ferroelektrische Substanzen als Speicherelemente benutzt. Voraussetzung dafür sind rechteckige Hysteresiskurven, wie sie ferroelektrische Einkristalle zeigen.

Ein weites Anwendungsfeld bietet der piezoelektrische Effekt. Man ist heute in der Lage, Quarzkristalle von hervorragenden optischen und elektrischen Eigenschaften künstlich zu züchten. Daher ist man keinen Materialbeschränkungen unterworfen. Unter Ausnutzung der Piezoelektrizität setzt man den Quarz als elektromechanischen Energiewandler ein. Beim Ultraschallsender wird elektrische Energie in mechanische Energie umgeformt. Man versieht den Quarz (auch $BaTiO_3$) mit einem metallischen Belag, an den eine periodisch veränderliche elektrische Spannung gelegt wird, so daß sich die Länge des Quarzes ändert. Bei Übereinstimmung einer seiner Eigenfrequenzen mit der Frequenz der angelegten Wechselspannung beginnt der Quarz elastisch zu schwingen. Bringt man diesen Quarz z. B. in eine Flüssigkeit, so wird er zu einem Sender; er erzeugt in der Flüssigkeit mechanische Wellen. Umgekehrt wird beim Auftreffen einer Schallwelle auf einen solchen Kristall seine Länge periodisch geändert. An den angeschlossenen Metallbelägen entstehen Ladungen wechselnden Vorzeichens, die elektrisch gemessen werden können.

In der Dünnschichttechnik werden Schwingquarze zur Schichtdikkenmessung benutzt. Man bedampft gleichzeitig das Substrat und den Quarz und kann aus der Änderung der Eigenfrequenz des Schwingquarzes auf die aufgedampfte Masse und damit Schichtdicke schließen.

In der Hochfrequenztechnik wird der piezoelektrische Effekt zur Frequenzstabilisation von Sendern (quarzgesteuerte Sender) benutzt. Da sich mit einem Schwingquarz eine Frequenzkonstanz von $\frac{\Delta f}{f} \approx 10^{-8}$ erreichen läßt, setzt man sie auch für Zeitmessungen in sogenannten Quarzuhren ein.

Weiter F 37/1

F 37/1 Wie wirkt sich eine Frequenzunsicherheit $\frac{\Delta f}{f} = \pm 10^{-8}$ auf den Gang einer Quarzuhr im Verlaufe eines Jahres aus?

A 37/1 Die Frequenzunsicherheit des Quarzes hat eine gleich große Unsicherheit der Schwingungsdauer und deshalb der von der Quarzuhr angezeigten Zeit zur Folge:

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta f}{f} ,$$

$$\Delta t = \frac{\Delta f}{f} \, t .$$

Mit $t = 1$ Jahr $= 365 \cdot 86400$ s $= 3{,}16 \cdot 10^7$ s erhält man $\Delta t = \pm 0{,}316$ s als Gangunsicherheit.

Weiter Abschnitt 14.3.

14.3. Stromleitung in festen Körpern

14.3.1. [15] Phänomenologische Übersicht

Die wesentlichste Form der Stromleitung in festen Körpern ist die Elektronenleitung. Daneben ist, insbesondere in Ionenkristallen, die Ionenleitung zu berücksichtigen. Die elektrische Leitfähigkeit eines Stoffes wird durch den spezifischen elektrischen Widerstand oder durch dessen Reziprokwert, die elektrische Leitfähigkeit $\sigma = \frac{1}{\varrho}$, charakterisiert. Letztere ist über den Zusammenhang von Stromdichte und angelegter Feldstärke,

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \,, \qquad (38/1)$$

definiert. Bei konstantem σ beschreibt Gleichung (38/1) das OHMsche Gesetz. Die elektrische Leitfähigkeit kann jedoch auch von $\vec{E}$ abhängen, $\sigma = \sigma(E)$, und ist auf Grund ihrer Richtungsabhängigkeit in Kristallen im allgemeinen durch einen Tensor darzustellen. Die ermittelten σ-Werte umfassen etwa 30 Größenordnungen und übertreffen damit die Variationsbereiche aller anderen bekannten physikalischen Eigenschaften von Festkörpern. Für sehr gute Isolatoren kann die elektrische Leitfähigkeit bei $10^{-20}\,\Omega^{-1} \cdot \mathrm{cm}^{-1}$ liegen und für reinste Metalle bei tiefen Temperaturen $10^{10}\,\Omega^{-1} \cdot \mathrm{cm}^{-1}$ betragen (Tafel 38/1).

Tafel 38/1

		$\sigma/\Omega^{-1} \cdot \mathrm{cm}^{-1}$	T/K
Metalle	W (zonengeschmolzen)	$2{,}5 \cdot 10^{10}$	5
	Ag	$6{,}2 \cdot 10^{5}$	293
	Cu	$5{,}6 \cdot 10^{5}$	293
Halbleiter	Ge (reinst)	2	293
	Ge (hochdotiert)	$3 \cdot 10^{4}$	293
	Si (reinst)	$2 \cdot 10^{-3}$	293
	Si (hochdotiert)	$2 \cdot 10^{3}$	293
Isolatoren	Glas	$2 \cdot 10^{-4}$	293
	Quarz	$2 \cdot 10^{-19}$	293
	Bernstein	10^{-20}	293

Um die elektrische Leitfähigkeit zu bestimmen, befestigt man an den Enden einer quaderförmigen Probe zwei Elektroden. Sie werden über einen Strommesser mit einer Spannungsquelle verbunden. Mit zwei weiteren Elektroden in einem genau bestimmten Abstand auf der Probe mißt man die über diesem Probestück abfallende Spannung als Funktion der Stärke des durch die Probe fließenden Stromes. Es gibt jedoch auch elektrodenlose Meßverfahren, die in der Meßgenauigkeit der "Vierpunkt-Methode" unterlegen sind, aber dafür unter Umständen recht unerwünschte Effekte vermeiden, wie z. B. die Diffusion von Elektrodenmaterial in die Probe. So kann man z. B. eine zylindrische Probe an einem Torsionsfaden in ein magnetisches Drehfeld hängen. Dieses Drehfeld induziert in der Probe Wirbelströme, die im Magnetfeld eine Kraft hervorrufen. Damit erfährt die Probe ein Drehmoment, welches ihrer spezifischen Leitfähigkeit proportional ist.

Einige Elemente und spezielle Legierungen zeigen unterhalb einer kritischen Temperatur einen als Supraleitung bezeichneten überraschenden Effekt. Der Widerstand sinkt sprunghaft auf einen sehr geringen Wert. Obwohl die höchsten Sprungtemperaturen der heute bekannten Supraleiter nur bei 20 K liegen, wird diese Erscheinung praktisch bereits genutzt, z. B. um extrem starke Magnetfelder zu erzeugen und verlustarme Transformatoren herzustellen.

Die Energieniveaus der Elektronen im Festkörper bilden sehr dichte Folgen, die als Energiebänder bezeichnet werden. Zwischen den Energiebändern liegen "verbotene Zonen" (Bandlücken), die nicht von Elektronen besetzt werden können. Die beiden vollständig oder teilweise mit Elektronen besetzten Bänder mit der größten Energie sind das Valenzband und das darüberliegende Leitungsband. (Weitere Einzelheiten sind in Abschnitt 12.2.6.3. enthalten).

Mit dem Bändermodell läßt sich die zunächst recht willkürlich erscheinende Unterteilung der Festkörper in metallische Leiter, Halbleiter und Isolatoren rechtfertigen und das experimentell ermittelte unterschiedliche Verhalten der Leitfähigkeit in den drei Gruppen theoretisch begründen. Bei den Metallen ist das Lei-

tungsband teilweise mit Elektronen gefüllt, so daß diese bei Anlegen eines äußeren elektrischen Feldes Energie aufnehmen können, da genügend freie, eng benachbarte Energiezustände zur Verfügung stehen (Bild 40/1).

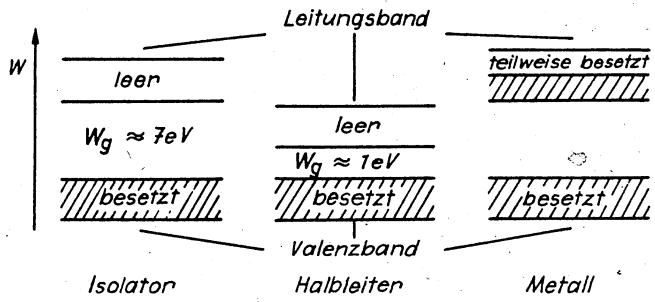


Bild 40/1

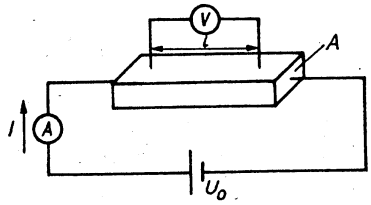
Ist das oberste besetzte Energieband vollständig gefüllt, ist keine Energieaufnahme aus dem Feld möglich, da alle möglichen benachbarten Energiezustände besetzt sind. Ein Festkörper mit einem vollbesetzten oberen Band ist ein Halbleiter oder Isolator. Halbleiter und Isolatoren haben bei T = 0·K ein vollbesetztes Valenzband und ein leeres Leitungsband. Halbleiter und Isolatoren unterscheiden sich durch den Abstand zwischen der oberen Bandkante des Valenzbandes und der unteren Kante des Leitungsbandes, die Größe der Bandlücke W_g. Die Leitfähigkeit reiner Halbleiter und Isolatoren wird durch einen thermisch angeregten Übergang von Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband bewirkt. Die Wahrscheinlichkeit einer solchen Anregung nimmt exponentiell mit Breite der Bandlücke W_g ab. Erfahrungsgemäß zeigen sich halbleitende Eigenschaften bis zu einer Bandlücke von ≈ 2,5 eV, während Stoffe mit größeren W_g-Werten zu den Isolatoren zu rechnen sind.

Weiter F 41/1

F 41/1 Die Leitfähigkeit einer quaderförmigen Probe (Querschnitt A) soll nach der "Vierpunkt-Methode" ermittelt werden. Geben Sie eine Prinzipskizze des Verfahrens und einen Ausdruck zur Berechnung von σ an!

10

A 41/1



$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{A} = \frac{U}{I} ,$$

$$\sigma = \frac{I}{U} \cdot \frac{l}{A} .$$

Weiter Abschnitt 14.3.2.

14.3.2. [5] Stromleitung in Metallen

14.3.2.1. Allgemeines

Metalle sind durch ihre große elektrische Leitfähigkeit gekennzeichnet. Nachdem man gelernt hatte, Metalle durch Bestrahlung (Photoeffekt) oder Erwärmung zur Elektronenemission anzuregen, folgerte man, daß die Ladungsträger in Metallen frei bewegliche Elektronen sind (RIECKE, DRUDE, um 1900). R. C. TOLMAN gelang es 1916, diese Vermutung auf eindrucksvolle Weise experimentell zu bestätigen: Wird ein Stück Metalldraht parallel zu seiner Längsrichtung beschleunigt, so werden die freien Elektronen infolge ihrer Trägheit zurückbleiben. Dadurch kommt es an dem der Beschleunigungsrichtung entgegengesetzten Ende des Drahtes zu einem Elektronenstau, am anderen Ende zu einem Elektronenmangel. Den entstehenden Potentialunterschied kann man nachweisen. Praktisch wird der Versuch durchgeführt, indem man eine mit einer konstanten Geschwindigkeit rotierende Spule vollständig abbremst und den dabei auftretenden Spannungsstoß mißt. TOLMAN ermittelte für die spezifische Ladung der Ladungsträger den Wert $\frac{Q}{m} = 2 \cdot 10^{11}\ \mathrm{As \cdot kg^{-1}}$, der mit dem aus Kathodenstrahluntersuchungen bekannten Wert für Elektronen, $\frac{e}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}\ \mathrm{As \cdot kg^{-1}}$, recht gut übereinstimmt.

Weiter F 43/1

14.3.2.2. [15] Das Modell freier Elektronen

Eine Reihe wichtiger physikalischer Eigenschaften von Metallen (insbesondere von Alkali- und Edelmetallen) kann durch das Modell des freien Elektrons erklärt werden. Nach diesem Modell, das auf DRUDE zurückgeht, bewegen sich die Valenzelektronen der Atome frei durch das Metall. Die Kräfte zwischen diesen Leitungselektronen und den Ionenrümpfen werden vernachlässigt. Die klassische Theorie von DRUDE konnte zwar ein prinzipielles Verständnis für die Leitungsvorgänge in Metallen wecken, versagte jedoch auf Grund falscher Voraussetzungen bereits bei der Berechnung der Temperaturabhängigkeit des Widerstandes oder der Ermittlung des Beitrages der Elektronen zur spezifischen Wärme des Festkörpers. Außerdem kann die klassische Theorie die großen mittleren freien Weglängen der Elektronen nicht erklären.

Aus dem Experiment geht hervor, daß ein Leitungselektron in sehr reinen Metallen und bei tiefen Temperaturen 10^8 bis 10^9 Atomabstände (etwa 1 cm) ohne Zusammenstoß zurücklegen kann. Dies ist darauf zurückzuführen, daß Leitungselektronen einerseits als Materiewellen sich in einer periodischen Struktur ungehindert ausbreiten können und andererseits als FERMI-Gas dem PAULIschen Ausschließungsprinzip gehorchen. Deshalb wird ein Leitungselektron nur selten an einem anderen Leitungselektron gestreut.

F 43/1 Eine Zylinderspule mit N = 1000 Windungen vom Durchmesser d = 30 cm rotiert mit $f = 50\ s^{-1}$ um ihre Achse. Welcher Spannungsstoß wird in ihr erzeugt, wenn sie vollständig abgebremst wird? Man beachte, daß zu jedem Zeitpunkt des Abbremsvorganges die Trägheitskraft gerade durch die Kraft des momentanen elektrischen Feldes ausgeglichen wird, d. h.,

$$- m a + e E = 0 .$$

15

A 43/1 Aus $- m a + e E = 0$ folgt für den Spannungsstoß, der von Anfang bis zum Ende des Bremsvorganges erzeugt wird,

$$\int_0^t U \, dt = \frac{(\pi d)N}{\frac{e}{m}} \int_0^t a \, dt . \qquad (43/1)$$

Wegen $a = \dot{v}$ gilt die Beziehung

$$\int_0^t a \, dt = \int_{v_0}^{0} dv = - v_0 , \qquad (43/2)$$

wenn v_0 die konstante Geschwindigkeit der Spule vor Beginn des Bremsvorganges ist. Läßt man das hier nicht interessierende Vorzeichen weg und beachtet, daß $v_0 = (\pi d)f$ ist, so folgt:

$$\left| \int_0^t U \, dt \right| = \frac{(\pi d)^2 N f}{\frac{e}{m}} \approx \underline{2{,}3 \cdot 10^{-7}\ Vs} .$$

Weiter Abschnitt 14.3.2.2.

Nach der klassischen Theorie bewegen sich die Elektronen im Kristallgitter des Metalls ungeordnet wie die Moleküle eines Gases. Im mittleren Zeitabstand τ stoßen die Elektronen mit Teilchen des Gitters zusammen. τ wird als mittlere Flugzeit bezeichnet. Im elektrischen Feld werden die Elektronen durch die Kraft $\vec{F} = -e\vec{E}$ beschleunigt. Sie geben bei den Stößen jeweils die im Feld aufgenommene Energie wieder ab. Daher erreichen die Elektronen entgegen der Feldrichtung eine mittlere Geschwindigkeit mit dem Betrag

$$v_D = \frac{e}{m_e} \tau E \,. \qquad (44/1)$$

Diese Driftgeschwindigkeit ist der elektrischen Feldstärke proportional. Die Proportionalitätskonstante

$$\mu = \frac{e}{m_e} \tau \qquad (44/2)$$

wird Beweglichkeit der Elektronen genannt.

Bei einer Teilchendichte n der freien Elektronen im Metall führt die Driftbewegung zu einer elektrischen Stromdichte mit dem Betrag

$$j = n\, e\, v_D = n\, e\, \mu\, E \,. \qquad (44/3)$$

Durch Vergleich mit der Definitionsgleichung der Leitfähigkeit (38/1) gewinnt man die Beziehung

$$\sigma = n\, e\, \mu \,. \qquad (44/4)$$

Man erkennt, daß die elektrische Leitfähigkeit durch die Trägerdichte und die Trägerbeweglichkeit bestimmt ist.

Für die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes wurden die folgenden Zusammenhänge erkannt:
Der elektrische Widerstand der meisten Metalle wird in der Nähe von T = 300 K durch Stöße der Leitungselektronen mit Gitterschwingungen (Phononen) und bei der Temperatur des flüssigen Heliums (4,2 K) hauptsächlich durch Stöße mit Fremdatomen und mechanischen Gitterfehlern verursacht. In der Regel kann man den spezifischen Widerstand eines Metalls mit Fremdatomen in der Form

$$\varrho = \varrho_0 + \varrho_G(T) \qquad (44/5)$$

darstellen (MATTHIESSEN, 1867).

$\varrho_G(T)$ ist der Anteil des spezifischen Widerstandes, der durch die thermische Bewegung des Gitters verursacht wird. Dieser Anteil ist materialabhängig.

ϱ_0 wird als Restwiderstand bezeichnet und ist durch Gitterfehler (Fremdatome, Leerstellen, Versetzungen) bestimmt.

Der Gitteranteil des elektrischen Widerstandes hängt in reinen Metallen in folgender Form von der Temperatur ab (Bild 45/1):

$$\begin{aligned} \varrho_G(T) &\sim T, \quad T \gg \Theta \; ; \\ \varrho_G(T) &\sim T^5, \quad T \ll \Theta \; . \end{aligned} \qquad (45/1)$$

Θ ist dabei eine das Gitter des Festkörpers charakterisierende Temperatur, die DEBYE-Temperatur.

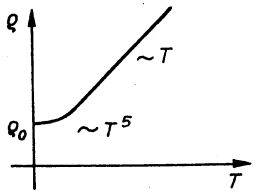


Bild 45/1

Weiter F 45/1

F 45/1 Die Beweglichkeit der Elektronen in einem Kristall wurde zu $5 \cdot 10^4$ cm$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} bestimmt. Wie groß ist die mittlere Flugzeit dieser Elektronen $\left(\frac{e}{m_e} = 1{,}76 \cdot 10^{11}\ \text{As} \cdot \text{kg}^{-1}\right)$?

10

A 45/1 Aus Gl. (44/2) folgt

$$\tau = \mu \frac{m_e}{e} = \frac{5\ \text{m}^2 \cdot \text{kg}}{\text{Vs} \cdot 1{,}76 \cdot 10^{11} \cdot \text{As}} \; ,$$

$$\tau = 2{,}8 \cdot 10^{-11}\ \text{s} \; .$$

Weiter F 47/1

14.3.3. [5] Stromleitung in Halbleitern

Man bezeichnet als Halbleiter Stoffe, deren spezifischer Widerstand bei Zimmertemperatur im allgemeinen im Bereich von $(10^{-2} \ldots 10^{9})\ \Omega \cdot cm$ liegt und mit steigender Temperatur in der Regel stark abnimmt. Neben den technisch bedeutsamsten Halbleitermaterialien, Silizium und Germanium, werden z. B. auch Kristalle von Kupferoxid, Bleitellurid, Galliumarsenid oder Indiumantimonid für bestimmte Anwendungszwecke eingesetzt.

Die charakteristischen Halbleitereigenschaften werden durch thermische Anregung, Fremdatome, Gitterfehler oder stöchiometrische Abweichungen hervorgerufen.

Im Abschnitt 14.3.1. wurde bereits erläutert, daß Halbleiter bei $T = 0 \cdot K$ ein vollbesetztes oberes Band haben. Die Elektronen können deshalb bei Anlegen eines äußeren Feldes keine höheren Energiezustände einnehmen; ihre Driftgeschwindigkeit ist im Mittel Null. Steigert man jedoch die Temperatur des Halbleiters, so gelingt es einer mit der Temperatur rasch zunehmenden Zahl von Elektronen, aus dem Valenzband in das unmittelbar darüber befindliche und von ihm durch die Bandlücke getrennte leere Leitungsband zu gelangen. Gleichzeitig sind dadurch im Valenzband unbesetzte Energiezustände vorhanden, so daß auch in diesem Band Elektronen driften können. Die für das Überwinden der Bandlücke benötigte Energie entspringt der thermischen Anregung. Die Anzahl der Elektronen im Leitungsband ist in den technisch angewendeten Halbleitern (Ge, Si) bei Zimmertemperatur um neun Größenordnungen kleiner als in Metallen.

14.3.3.1. [35] Eigenleitung

Als Eigenleitung wird die Leitung in extrem reinen Halbleitereinkristallen bezeichnet, deren Verunreinigungen einen Anteil von $1 : 10^{9}$ nicht überschreiten dürfen. Wird in einem solchen Kristall durch thermische oder photoelektrische Anregung der Übergang eines Elektrons aus dem Valenzband in das Leitungsband bewirkt, so beschreibt man den Vorgang als Entstehung zweier Ladungsträger.

Neben dem Elektron im Leitungsband kann das im Valenzband entstandene Loch oder Defektelektron gleichfalls Energie aus einem angelegten Feld entnehmen, d. h., es wird beschleunigt und erhält eine Driftgeschwindigkeit. Es muß darauf hingewiesen werden, daß das Modell der Löcher oder Defektelektronen lediglich einer Vereinfachung der Betrachtungsweise dessen dient, was im Valenzband tatsächlich geschieht. Man kann sich den Sachverhalt an einem ebenen Gittermodell (Bild 47/1) des Germaniums veranschaulichen. Im Germaniumkristall ist jedes Atom von vier Nachbarn in räumlicher Anordnung umgeben (Diamantstruktur), wobei es mit jedem dieser Nachbaratome kovalent gebunden ist. Durch die thermische Bewegung werden nun Elektronen aus der Bindung herausgerissen, so daß sie im elektrischen Feld frei driften können. Sie sind zu Leitungselektronen geworden (z. B. A und B in Bild 47/1). Das in der Bindung entstandene Loch kann durch das Einfangen eines Elektrons wieder "zugestopft" werden.

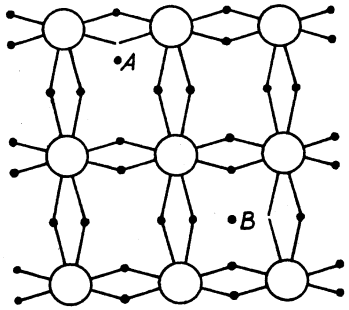


Bild 47/1

F 47/1 Für Kupferleiter wird in der Technik die maximale Stromdichte $j = 6\ A \cdot mm^{-2}$ zugelassen. Wenn man voraussetzt, daß jedes Kupferatom des Gitters ein freies Elektron liefert, beträgt die Elektronendichte $n = 8{,}4 \cdot 10^{22}\ cm^{-3}$.
Welche Driftgeschwindigkeit tritt unter dieser Voraussetzung bei der maximalen Stromdichte auf?

10

A 47/1 Aus Gleichung (44/3) folgt

$$v_D = \frac{j}{n\,e} = \frac{6\ A \cdot 10^{-6}\ m^3}{10^{-6}\ m^2 \cdot 8{,}4 \cdot 10^{22} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ As},$$

$$v_D = 0{,}45 \cdot 10^{-3}\ m \cdot s^{-1} = 0{,}45\ \frac{mm}{s}.$$

Weiter Abschnitt 14.3.3.

Dieser Prozeß kann einmal dadurch realisiert werden, daß ein freies Elektron, welches am Loch vorbeidriftet, eingefangen wird oder daß ein dem Loch benachbartes gebundenes Elektron diese Bindung komplettiert, dabei aber an seiner alten Stelle ein Loch zurückläßt. Der erste Vorgang, der zum Verschwinden eines Trägerpaares (Elektron - Defektelektron) führt, wird Rekombination genannt. Der zweite Prozeß verläuft bei Anwesenheit eines elektrischen Feldes vorwiegend so, daß das auffüllende Elektron entgegen der Feldrichtung wandert, das Loch sich damit in Feldrichtung bewegt. Das Loch oder Defektelektron kann als ein Ladungsträger mit positiver Ladung und mit einer Masse, die sich nur geringfügig von der Elektronenmasse unterscheidet (wie eine exakte Behandlung des Problems ergibt), angesehen werden (Bild 48/1). Die gesamte Stromdichte im Kristall ist aus den Anteilen der Leitungselektronen und Löcher additiv zu berechnen. Durch Verallgemeinerung von Gleichung (44/4) erhält man

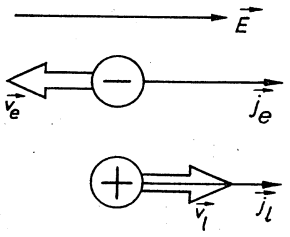


Bild 48/1

$$\sigma = e(n_E \mu^- + n_L \mu^+) \quad . \qquad (48/1)$$

Dabei werden die beiden Trägerdichten mit n_E und n_L, die zugehörigen Beweglichkeiten mit μ^- und μ^+ bezeichnet.

Natürlich muß das Modell des Loches oder Defektelektrons unter allen Bedingungen zu denselben Schlußfolgerungen führen wie die den realen Vorgang beschreibende Darstellung.

Zwei einander entgegenwirkende Prozesse bestimmen die Trägergenetik in eigenleitenden Halbleitern: Die Paarbildung, d. h. die Entfernung eines Elektrons aus der Bindung, wodurch neben dem freien Elektron ein (im elektrischen Feld) driftendes Loch entsteht, und die Rekombination, durch die ein solches Trägerpaar vernichtet wird. Der erste Prozeß erfordert eine Energie, die mindestens gleich der Energielücke zwischen Valenz- und Leitungsband ist (Bild 49/1).

Eine Übersicht über die Energielücken zwischen Valenz- und Leitungsband verschiedener Halbleiter bei Zimmertemperatur gibt Tafel 49/1.

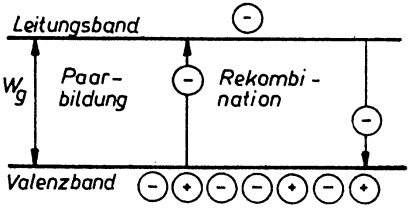


Bild 49/1

Tafel 49/1

Kristall	W_g/eV	Kristall	W_g/eV
Si	1,14	Te	0,33
Ge	0,67	PbTe	0,30
InSb	0,23	AgCl	3,2
GaAs	1,4	Cu_2O	2,1
InAs	0,33	CdS	2,42

Im Gleichgewicht ist die Paarbildungsrate gleich der Rekombinationsrate, d. h., es werden pro Zeit und Volumen Trägerpaare in gleicher Zahl gebildet und durch Rekombination vernichtet. Die Trägerdichten stimmen überein:

$$n_E = n_L = n_i \quad . \tag{49/1}$$

n_i wird als Inversionsdichte bezeichnet. Für die Leitfähgkeit gilt in diesem Falle:

$$\sigma = e\, n_i(\mu^+ + \mu^-) \quad . \tag{49/2}$$

Der große Unterschied in der elektrischen Leitfähigkeit zwischen Metallen und Halbleitern ist vor allem eine Folge der enormen Differenz in den Trägerdichten. Er hängt jedoch auch von den Trägerbeweglichkeiten ab.

Die Beweglichkeiten beider Trägerarten sind in Halbleitern ungefähr um einen Faktor, der zwischen 10 und 100 liegt, größer als die der Leitungselektronen in gut leitenden Metallen. Tafel 50/1 vermittelt einen Überblick über die Beweglichkeiten der Ladungsträger in einigen Halbleitern bei Zimmertemperatur (Angaben in $cm^2 \cdot V^{-1} \cdot s^{-1}$). Die Beweglichkeit der Elektronen in metallischem Kupfer beträgt bei Zimmertemperatur etwa 35 $cm^2 \cdot V^{-1} \cdot s^{-1}$.

Tafel 50/1

Kristall	μ / cm$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1}	μ^+ / cm$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1}
Si	1600	400
Ge	3800	1800
InSb	77000	1250
PbS	600	200
PbSe	900	700

Die Leitfähigkeit von Halbleitern nimmt im Gegensatz zu metallischen Leitern mit steigender Temperatur zu. Dieses Temperaturverhalten ist auf die Temperaturabhängigkeit der Trägerdichten zurückzuführen; die Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeiten ist demgegenüber zu vernachlässigen. Für die Temperaturabhängigkeit der Inversionsdichte gilt die Beziehung

$$n_i = \text{konst.} \cdot \exp\left(\frac{-W_g}{2k\,T}\right). \qquad (50/1)$$

Damit ergibt sich für die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit des Eigenhalbleiters:

$$\sigma \sim \exp\left(\frac{-W_g}{2k\,T}\right). \qquad (50/2)$$

Bei der Auswertung experimenteller Arbeiten trägt man deshalb $\ln \frac{\sigma}{\sigma_0}$ als Funktion von $\frac{1}{T}$ auf und kann aus der Neigung der entstehenden Geraden die energetische Breite der Bandlücke bestimmen (Bild 50/1). Wird die Temperatur konstant gehalten, so bleiben Trägerdichte und Beweglichkeit im Halbleiter konstant und damit auch die Leitfähigkeit, so daß das OHMsche Gesetz gilt. Ihre enorme technische Bedeutung verdanken die Eigenhalbleiter der sehr steilen Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit, die sie u. a. als thermische Meßfühler (Thermistoren) sehr geeignet machen.

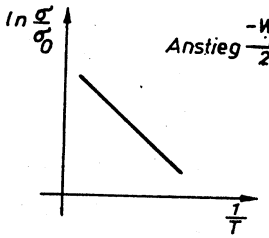


Bild 50/1

Weiter F 51/1

14.3.3.2. [30] Störstellenleitung

Durch den gezielten Einbau von Fremdatomen kann man die Leitfähigkeit eines Eigenhalbleiters ganz beträchtlich erhöhen (vgl. Tafel 38/1). Wird z. B. Bor im Verhältnis 1 : 10^5 in Silizium eingebaut, so wird bei Zimmertemperatur die Leitfähigkeit 10^3mal so groß wie bei reinem Silizium. Diesen Leitungsmechanismus bezeichnet man als Störstellenleitung, den kontrollierten Einbau von Fremdatomen nennt man dotieren. Durch die Dotierung kann man Halbleitermaterialien herstellen, bei welchen eine Ladungsträgerart überwiegt. Entsprechend der vorherrschenden Trägerart bezeichnet man diese Halbleiter als p- oder n-Halbleiter. In beiden Leitungstypen gilt:

$$n_E \, n_L = n_i^2 \, . \qquad (51/1)$$

Die Trägerdichten n_E und n_L ändern sich ganz erheblich durch das Dotieren.

Silizium und Germanium kristallisieren in der Diamantstruktur. Dabei bildet jedes Atom vier kovalente Bindungen mit seinen vier nächsten Nachbarn. Ersetzt man in einem solchen Gitter ein Atom durch ein fünfwertiges Phosphor-, Antimon- oder Arsenatom, so wird das Fremdatom in die Struktur mit der geringstmöglichen Störung eingebaut. Es bilden sich vier kovalente Bindungen zu den nächsten Nachbarn aus. Dabei bleibt jedoch ein Valenzelektron des Störatoms übrig.

F 51/1 Berechnen Sie die Leitfähigkeiten bei reiner Eigenleitung in Germanium und Silizium bei 300 K! Die Ladungsträgerkonzentration bei reiner Eigenleitung beträgt für diese Temperatur in Germanium $2{,}5 \cdot 10^{13}$ cm^{-3} und in Silizium $1{,}4 \cdot 10^{10}$ cm^{-3}.

5

A 51/1 Für die Leitfähigkeit gilt Gleichung (49/2):

$$\sigma = e \, n_i (\mu^+ + \mu^-) \, .$$

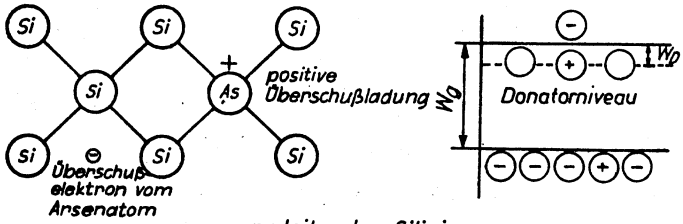
Mit den angegebenen Inversionsdichten und den in Tafel 50/1 enthaltenen Beweglichkeiten erhält man

$\sigma_{Ge} = 2{,}24 \cdot 10^{-2} \, \Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ und $\sigma_{Si} = 4{,}48 \cdot 10^{-6} \, \Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$.

Weiter Abschnitt 14.3.3.2.

Untersuchungen der Gitterkonstanten und die Bestimmung der Ladungsträgerdichte ergeben, daß die fünfwertigen Fremdatome im Gitter die normalen Atomplätze einnehmen und nicht etwa Zwischengitterplätze (Bild 52/1). Diese Fremdatome, die unter Abgabe eines Elektrons an das Leitungsband ionisiert werden können, nennt man Donatoren.

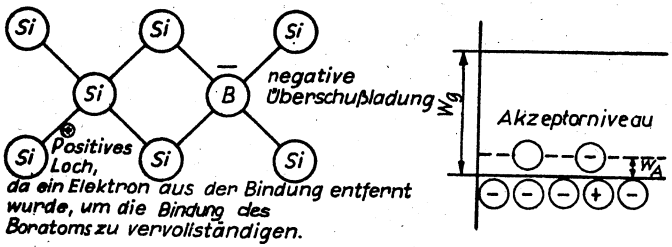
Die zur Ionisierung erforderliche Energie ist viel kleiner als W_g. Daher bilden die Donatoren im Bändermodell Energieniveaus innerhalb der verbotenen Zone nahe der Unterkante des Leitungsbandes (Bild 52/1).



n-leitendes Silizium

Bild 52/1

Der Donator gibt bei seiner Ionisierung ein Elektron an das Leitungsband ab. Setzt man umgekehrt einem Halbleiterkristall (Ge, Si) ein Element der dritten Gruppe des Periodensystems zu, so fehlt diesem Störatom ein Elektron zur Komplettierung der Bindungen an die vier Nachbarn. Dadurch entsteht ein Loch oder Defektelektron. Dieses Loch kann mit einem Elektron einer Nachbarbindung aufgefüllt werden, das Störatom wird zu einem negativen Ion, und das Loch hat sich zu dieser Nachbarbindung bewegt (Lochleitung).



p-leitendes Silizium

Bild 52/2

Im Bändermodell bedeutet dieser Vorgang, daß das Fremdatom ein Elektron aus dem Valenzband aufnehmen kann, man bezeichnet es deshalb als Akzeptor (Bild 52/2). Im Bändermodell liegen die Energieniveaus der Akzeptoren nahe der Oberkante des Valenzbandes (Bild 52/2).

Donatoren und Akzeptoren haben Ionisierungsenergien, die bei Zimmertemperatur mit der Energie der Teilchen bei ihrer thermischen Bewegung $k \cdot T = 0{,}026$ eV vergleichbar sind. Deshalb sind bei Zimmertemperatur sämtliche Donatoren (Akzeptoren) ionisiert. Damit ist die Dichte freier Elektronen (Löcher) gleich der Dichte dieser Störstellen. In der Praxis arbeitet man mit Dotierungsdichten bis zu 10^{17} cm^{-3}. Die Elektronenkonzentration bei reiner Eigenleitung in Germanium bei 300 K beträgt $n_i = 2{,}5 \cdot 10^{13}$ cm^{-3} und in Silizium $n_i = 1{,}4 \cdot 10^{10}$ cm^{-3}. Somit kann man durch die Dotierung die Leitfähigkeit in Germanium um einen Faktor 10^3, in Silizium um einen Faktor 10^6 erhöhen. Die niedrigsten Fremdatomkonzentrationen, die man heute erreichen kann, liegen in der Größenordnung von 10^{12} cm^{-3}, so daß man in Germanium bei Zimmertemperatur reine Eigenleitung erzielen kann, nicht dagegen in Silizium. Nicht ionisierende Fremdatome haben keinen Einfluß auf die Ladungsträgerkonzentration und können deshalb in höheren Anteilen vorhanden sein, ohne durch elektrische Meßmethoden entdeckt zu werden.

Bild 53/1 zeigt den spezifischen Widerstand in logarithmischem Maßstab als Funktion von $\frac{1}{T}$ für drei Germaniumkristalle mit verschiedener Konzentration von Galliumatomen. Der Gehalt an Fremdatomen beeinflußt die Konzentration der Ladungsträger bei tiefen Temperaturen. Der Anstieg im Bereich der Eigenleitung ergibt für die Energielücke $W_g = 0{,}72$ eV.

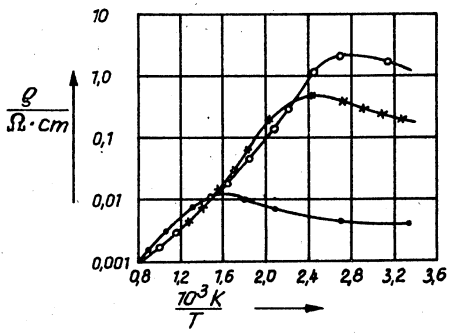


Bild 53/1

Weiter F 55/1

14.3.4. [15] Supraleitung

Drei Jahre nach der erstmaligen Verflüssigung von Helium entdeckte KAMERLINGH ONNES (1911) an Quecksilber das Phänomen der Supraleitung. Er bemerkte, daß der Widerstand von Quecksilber bei einer Temperatur T_S (der Sprungtemperatur) in einem Temperaturbereich von wenigen hundertstel Grad auf einen unmeßbaren kleinen Wert abfällt (Bild 54/1). Induziert man in einer ringförmigen supraleitenden Probe einen Strom, so kann man durch Messung des von dem Suprastrom erzeugten Magnetfeldes auf die Abklingzeit des Dauerstromes schließen. Derartige Messungen wurden z. B. an einer Spule aus $(Nb_{0,75}\ Zr_{0,25})$-Draht durchgeführt. Dabei ergaben die Abschätzungen, daß die Abklingzeit des Suprastromes nicht weniger als 100000 Jahre beträgt. Heute ist eine ganze Reihe von metallischen Elementen, Legierungen, Verbindungen und Halbleitern bekannt, die supraleitend werden. Dabei weisen auch solche Legierungen und Verbindungen Supraleitung auf, bei denen eine oder beide Komponenten noch nicht als Supraleiter nachgewiesen werden konnten. In Tafel 54/1 sind einige Supraleiter und ihre Sprungpunkte zusammengestellt.

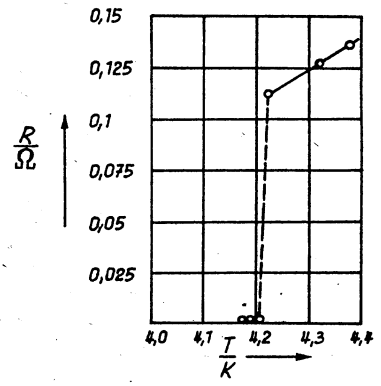


Bild 54/1

Tafel 54/1

	T_S/K		T_S/K
Nb	9,22	Nb_3Sn	18,05
Pb	7,26	Nb_3Al	17,5
In	3,37	NbN	16,0
Al	1,14	La_3In	10,4
Zn	0,79	V_3Si	17,1
Cd	0,54	V_3Ga	16,5

Viele Metalle (z. B. Li, Na, Ca, Ag) wurden bis zu einigen hundertstel KELVIN untersucht, blieben jedoch normalleitend. Die Proben für diese Untersuchungen dürfen keine paramagnetischen Fremdatome enthalten, denn diese erniedrigen die Sprungtemperatur beträchtlich. Die Frage, ob jedes metallische Element bei genügend tiefen Temperaturen supraleitend wird, kann zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht beantwortet werden.

Neben den elektrischen sind auch die magnetischen Eigenschaften eines Supraleiters bemerkenswert. Sie lassen sich nicht durch die Annahme erklären, daß das eigentliche Merkmal des supraleitenden Zustandes der verschwindende elektrische Widerstand ist. Ein kompakter Supraleiter verhält sich in einem schwachen Magnetfeld wie ein idealer Diamagnet, seine relative Permeabilität μ_r ist Null.

F 55/1 Eine Germaniumprobe ist mit 0,1 Atomprozent Arsen dotiert. (Das heißt, auf 1000 Ge-Atome kommt ein As-Atom.) Die Zahl der Atome pro Volumen im Germanium beträgt $4{,}5 \cdot 10^{22}\ \mathrm{cm}^{-3}$. Man bestimme die Dichte der Elektronen und Löcher im Germanium bei T = 300 K, wenn angenommen wird, daß bei dieser Temperatur alle Arsenatome ionisiert sind. Die Ladungsträgerkonzentration bei reiner Eigenleitung beträgt für diese Temperatur in Germanium $2{,}5 \cdot 10^{13}\ \mathrm{cm}^{-3}$. Man berechne die Leitfähigkeit dieser dotierten Germaniumprobe und vgl. das Ergebnis mit der Leitfähigkeit von reinem Germanium (F 51/1).

10

A 55/1 Aus der angegebenen Dotierung folgt die Elektronendichte $n_E = 4{,}5 \cdot 10^{19}\ \mathrm{cm}^{-3}$. Mit Gl. (51/1) findet man $n_L = 1{,}4 \cdot 10^{7}\ \mathrm{cm}^{-3}$.

Nach Gl. (48/1) und mit den Beweglichkeiten aus Tafel 50/1 erhält man schließlich

$$\sigma = 2{,}7 \cdot 10^{4}\ \Omega^{-1} \cdot \mathrm{cm}^{-1} .$$

Weiter Abschnitt 14.3.4.

Wenn man eine Probe in einem Magnetfeld bis unter die Sprungtemperatur abkühlt, so wird der ursprünglich vorhandene magnetische Fluß aus ihr herausgedrängt. Man bezeichnet diese Erscheinung als MEISSNER-OCHSENFELD-Effekt. Ein genügend starkes Magnetfeld zerstört die Supraleitung. Dabei ist der Schwellwert des Magnetfeldes, bei welchem die Zerstörung der Supraleitung erfolgt, eine Funktion der Temperatur. Deshalb kann man supraleitende Drähte nicht mit beliebig hohen Strömen belasten; das Magnetfeld des Suprastromes würde die Supraleitung zerstören.
Man unterscheidet zwischen Supraleitung erster und zweiter Art. Diese zwei Gruppen weisen eine Anzahl verschiedenartiger Gesetzmäßigkeiten auf. So sind z. B. die kritischen Magnetfelder, die die Supraleitung aufheben, sehr unterschiedlich. Während Supraleiter erster Art sehr niedrige kritische Magnetfeldstärken haben und damit als Spulenmaterial für supraleitende Magnete ungeeignet sind, hat man mit Spulen, die mit Draht aus spezialbehandelten Supraleitern zweiter Art gewickelt waren, Induktionen von mehr als 10 $Vs \cdot m^{-2}$ erzeugt.

14.3.5. [25] HALL-Effekt

Als HALL-Effekt bezeichnet man die 1879 entdeckte Erscheinung, daß die Bahnen der Ladungsträger bei Anwesenheit eines zur Stromrichtung senkrechten Magnetfeldes senkrecht zur Strom- und Feldrichtung verschoben werden und dadurch ein elektrisches Potentialgefälle in dieser Richtung entsteht. Da man häufig ein Vorzeichen der Potentialdifferenz mißt, welches für positive Ladungsträger zu erwarten ist, bestätigen sich die Vorstellungen einer Defektelektronenleitung. Der HALL-Effekt ist somit ein wichtiges experimentelles Hilfsmittel zur Feststellung des Leitfähigkeitstyps eines Stoffes.
Die Standardgeometrie für eine Probe zur Messung des HALL-Effektes ist in Bild 56/1 dargestellt. Zur Erklärung geht man von der Gleichung für die LORENTZ-Kraft aus,

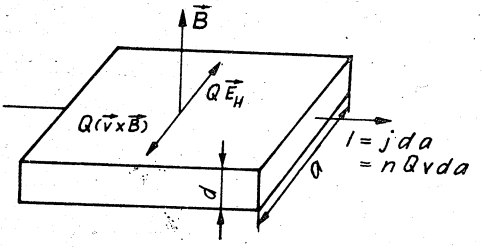


Bild 56/1

$$F = Q(\vec{v} \times \vec{B}) \ , \qquad (57/1)$$

die gleichermaßen für Elektronen und Löcher Gültigkeit hat.

Im folgenden wird zunächst angenommen, daß der elektrische Strom ausschließlich durch Ladungsträger eines Vorzeichens bewirkt wird. Der Vektor $\vec{v}$ in Gleichung (57/1) ist die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger. Die thermische Geschwindigkeit ist über alle Richtungen des Raumes gleichmäßig verteilt. Die durch sie erzeugten LORENTZ-Kräfte führen zu keiner einheitlichen Verlagerung der Träger. Die auf die Ladungsträger wirkende LORENTZ-Kraft ist senkrecht zum Magnetfeld und zum angelegten elektrischen Feld gerichtet. Sie führt zu einer Ablenkung der Träger. Hierdurch wird ein elektrisches Feld mit der Feldstärke $\vec{E}_H$ erzeugt, das so lange anwächst, bis es zu einem Kräftegleichgewicht kommt. Dann gilt

$$Q\, E_H = Q\, v\, B \ . \qquad (57/2)$$

Danach bewegen sich die Ladungsträger wieder kräftefrei. Führt man in diese Gleichung für die unbekannte Driftgeschwindigkeit die Stromstärke $I = j\, d\, a = n\, Q\, v\, d\, a$ ein, so erhält man für die HALL-Spannung:

$$U_H = E_H\, a = \frac{I\, B}{n\, Q\, d} = R_H\, \frac{I\, B}{d} \ . \qquad (57/3)$$

Zur Abkürzung wurde die HALL-Konstante R_H eingeführt:

$$R_H = \frac{1}{n\, Q} \ . \qquad (57/4)$$

Sie wird negativ, wenn die Ladungsträger Elektronen sind ($Q = -e$). Für einige Metalle (z.B. Zn, Cd) und für viele Halbleiter ist jedoch R_H größer Null (anomaler HALL-Effekt), was sich nur mit dem Bändermodell und den damit verbundenen Vorstellungen der Stromleitung durch Defektelektronen erklären läßt. Wenn in einem Leitermaterial beide Trägersorten vorliegen, so ergibt sich an Stelle von Gleichung (57/4) für die HALL-Konstante

$$R_H = \frac{1}{e} \cdot \frac{\left(n_L - \beta^2\, n_E\right)}{\left(n_L + \beta^2\, n_E\right)} \ . \qquad (57/5)$$

Darin gibt $\beta^2 = \frac{\mu^-}{\mu^+}$ das Verhältnis der Trägerbeweglichkeiten an.

In Tafel 58/1 sind einige experimentell ermittelte Zahlenwerte für die HALL-Konstante zusammengestellt.

Tafel 58/1

Metall	$R_H/10^{+10}\ m^3 \cdot A^{-1} \cdot s^{-1}$
Ag	- 0,85
Cu	- 0,55
Al	- 0,36
Cr	3,63
As	45,2

Diese Angaben schwanken in der Literatur sehr stark, da die Meßgenauigkeit für R_H auf Grund einiger schwer zu kontrollierender Fehlerquellen nicht sehr groß ist. Außer dem eben beschriebenen transversalen HALL-Effekt gibt es noch einen longitudinalen Effekt, der in einer gut meßbaren Vergrößerung des OHMschen Widerstandes eines Leiters durch das Magnetfeld besteht. Beide Effekte werden zur Ausmessung von Magnetfeldern benutzt.

14.3.6. [15] Technische Anwendungen

Die technischen Anwendungen, die auf der Stromleitung in festen Körpern basieren, sind so vielfältig und in ständiger Erweiterung begriffen, daß in diesem Abschnitt nur einige angedeutet werden können. Der interessiertere Leser muß an die entsprechende Spezialliteratur verwiesen werden.

In einem geschlossenen Stromkreis aus zwei verschiedenen Leitermaterialien kann eine elektrische Spannung auftreten, wenn zwischen den beiden Kontaktstellen der Leiter eine Temperaturdifferenz besteht. Man nennt diese Erscheinung Thermoelektrizität oder SEEBECK-Effekt (1822). Die Umkehrung davon ist der sogenannte PELTIER-Effekt, d. h., ein Strom in einem aus verschiedenen Leitern zusammengesetzten Kreis ruft an den Kontaktstellen Temperaturdifferenzen hervor. Den SEEBECK-Effekt nutzt man zur Temperaturmessung. Dabei wird die eine Lötstelle des Thermoelementes (so nennt man eine solche Anordnung aus zwei verschiedenen Leitermaterialien zur Temperaturmessung) an den Ort gebracht,

dessen Temperatur bestimmt werden soll. Auf Grund der geringen Masse, die erwärmt werden muß, kann man Thermoelemente überall dort mit Vorteil einsetzen, wo die Temperatur eines sehr kleinen Raumes zu messen ist und wo nur sehr geringe Wärmemengen zur Verfügung stehen. Die Thermospannung für Thermoelemente aus Metallen liegt bei Temperaturdifferenzen in der Größenordnung von 100 K im Bereich von 1 bis 10 mV. Sie kann beim Einsatz von Halbleitermaterialien um einen Faktor 100 ansteigen. Der SEEBECK-Effekt als Energiequelle oder der PELTIER-Effekt zur Erreichung tiefer Temperaturen wurde aufgrund des geringen Wirkungsgrades beider Effekte bisher nur in solchen Fällen ausgenutzt, wo die Wirtschaftlichkeit keine dominierende Rolle spielt, z. B. als Thermogenerator in künstlichen Erdsatelliten oder als Kühlaggregat für Laboratoriumszwecke.

Durch geeignete Dotierung kann man in einem Halbleiter einen p-n-Übergang schaffen. Dort grenzt eine p-leitende Zone an eine n-leitende Zone des Kristalls.

Legt man an einen p-n-Übergang eine Wechselspannung an, so tritt ein Gleichrichtereffekt auf, da bei der einen Polarität ein großer Strom, in der anderen Richtung dagegen nur der sehr kleine Sperrstrom fließt. Der p-n-Übergang findet deshalb in Dioden und Leistungsgleichrichtern Anwendung. Flächentransistoren sind Halbleiterkristalle, in denen durch geeignete Dotierungsprozesse zwei p-n-Übergänge erzeugt werden, so daß der Leitungscharakter in Längsrichtung zweimal wechselt. Die einzelnen Leitungsbereiche sind mit getrennten Kontakten versehen und werden als Emitter-, Basis- und Kollektorzone bezeichnet. Die Wirkungsweise des Transistors als aktives elektronisches Bauelement z. B. in Verstärker- oder Senderschaltungen beruht darauf, daß der Strom vom Emitter zum Kollektor durch einen viel geringeren Basisstrom gesteuert werden kann. Als steuerbare Gleichrichter für die Leistungselektronik und Starkstromtechnik werden in zunehmendem Maße Thyristoren oder Stromtore mit drei p-n-Übergängen eingesetzt. Die als optische Generation bezeichnete Anregung von Valenzbandelektronen (Absorption von Licht geeigneter Energie) in das Leitungsband führt zu einer Photoleitfähigkeit, die die normale Leitfähigkeit um Größenordnungen übertreffen kann. An Systemen mit p-n-Übergängen verursacht die optische Generation eine

Spannungsdifferenz, die photoelektromotorische Kraft, die in Photoelementen zur Lichtmessung sowie in Solarzellen zur direkten Umwandlung von Lichtenergie in elektrische Energie genutzt wird. Die Änderung der Leitfähigkeit von Halbleitern bei Belichtung ist ein Maß für die eingestrahlte Lichtintensität. In Photowiderstandszellen nutzt man das zur Messung der Lichtintensität aus. Auch Fernsehaufnahmeröhren enthalten photoleitende Schichten, deren Widerstandsänderung bei Lichteinfall zur Bildaufzeichnung ausgenutzt wird.

Hauptsächlich in der Plasmaphysik und in der Kernphysik werden zur Erzeugung hoher Magnetfelder bei kleinem Leistungsbedarf zunehmend Spulen aus Supraleitern zweiter Art eingesetzt. Supraleitende Kabel werden mit Erfolg für die verlustfreie Übertragung großer Ströme über kurze Strecken verwendet. Man versucht, die magnetischen und elektrischen Eigenschaften der Supraleiter für die Entwicklung neuartiger elektronischer Schaltelemente sowie für die Speicherung von Informationen in der elektronischen Rechentechnik auszunutzen (Kryoelektronik).

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
14. Elektrische und magnetische Eigenschaften der Stoffe .	1
14.1. Materie im magnetischen Feld	1
14.1.1. Phänomenologische Übersicht	1
14.1.2. Magnetische Dipolmomente von Elektronen, Nukleonen und Atomen	4
14.1.3. Diamagnetismus	6
14.1.4. Paramagnetismus	8
14.1.5. Ferromagnetismus	10
14.1.5.1. Einstein-de-Haas-Effekt	10
14.1.5.2. Weisssche Bezirke	12
14.1.5.3. Hysterese	14
14.1.6. Antiferromagnetismus und Ferrimagnetismus	18
14.1.7. Technische Anwendungen	20
14.2. Materie im elektrischen Feld	22
14.2.1. Phänomenologische Übersicht	22
14.2.2. Verschiebungspolarisation	26
14.2.3. Orientierungspolarisation	30
14.2.4. Ferroelektrizität	32
14.2.5. Piezoelektrizität, Pyroelektrizität	34
14.2.6. Technische Anwendungen	36
14.3. Stromleitung in festen Körpern	38
14.3.1. Phänomenologische Übersicht	38
14.3.2. Stromleitung in Metallen	42
14.3.2.1. Allgemeines	42
14.3.2.2. Das Modell freier Elektronen	42
14.3.3. Stromleitung in Halbleitern	46
14.3.3.1. Eigenleitung	46
14.3.3.2. Störstellenleitung	51
14.3.4. Supraleitung	54
14.3.5. Hall-Effekt	56
14.3.6. Technische Anwendungen	58